

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. М.В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

кафедра общей физики и волновых процессов

**Методы создания перепутанных состояний в системе двух  
дипольно-взаимодействующих атомов**

Дипломная работа  
студента 6-го курса  
Баргатина И. В.

"Допущен к защите"

"\_\_" января 2000 г.

зав. кафедрой ОФиВП

---

проф. В. А. Макаров

Научный руководитель

---

к. ф.-м. н., доцент

Б. А. Гришанин

Москва 2000 г.

## Аннотация

В работе решается задача нахождения и теоретического обоснования методов создания максимально перепутанных состояний двух атомов с помощью резонансного диполь-дипольного взаимодействия и лазерного поля. На простейшей модели двухуровневых атомов продемонстрирована возможность создания максимально перепутанных состояний дипольно-взаимодействующих атомов с помощью когерентных лазерных импульсов. Показано, что в такой схеме наблюдаются нарушения неравенства Белла, если расстояние между атомами не превышает одной пятнадцатой длины волны рабочего перехода, а в пределе нулевого межатомного расстояния происходит идеальная генерация максимально перепутанных состояний. Детально рассмотрены обобщения на случай трехуровневых атомов в  $\Lambda$ -конфигурации, где предложены и исследованы три метода (рамановские импульсы, СТИРАП и оптическая накачка), которые приводят к созданию радиационно-стабильных максимально перепутанных состояний. Обсуждены возможность реализации предложенных схем в ионных и дипольных ловушках, где уровень развития экспериментальной техники скорее всего позволит осуществить экспериментальную реализацию рассмотренных методов уже в течение ближайших нескольких лет.

## Оглавление

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Двухуровневые атомы</b>	<b>10</b>
2.1	Модель . . . . .	10
2.2	Стационарные решения . . . . .	12
2.3	“Надежность” создания максимально перепутанных состояний . . . . .	15
2.4	Нарушения неравенства Белла . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Трехуровневые атомы</b>	<b>18</b>
3.1	Модель . . . . .	19
3.2	Метод резонансных рамановских импульсов . . . . .	22
3.3	Метод адиабатического переноса . . . . .	23
3.4	Метод оптической накачки . . . . .	28
<b>4</b>	<b>Возможности экспериментальной реализации предложенных схем</b>	<b>31</b>
<b>5</b>	<b>Заключение</b>	<b>35</b>

# 1 Введение

С появлением новых экспериментальных возможностей управления динамикой квантовых систем на уровне отдельных частиц многие из ранее чисто спекулятивных задач приобретают практическое значение. Так в последнее время большой интерес привлекает проблема описания особого класса квантовых состояний — перепутанных (entangled) состояний. Эйнштейн еще в 30-х годах обратил внимание на допустимость подобных состояний в квантовой теории, считая, что их существование приводит к “действию на расстоянии”, и потому описание мира квантовой механикой не может считаться удовлетворительным. Последовавший период, в который, в том числе, предлагались альтернативные теории, удовлетворяющие эйнштейновскому принципу локального реализма, привел к глубокому переосмыслению многих классических представлений на квантовом уровне. Наконец, открытие и экспериментальная проверка неравенств Белла [1, 2] для определенного класса перепутанных состояний явились еще одним серьезным доводом правильности выводов квантовой теории и невозможности описания природы в рамках локальных теорий скрытых переменных [1].

За последнее время были найдены новые применения перепутанным квантовым состояниям. Например, использование именно таких состояний позволяет добиться экспоненциального ускорения вычислений при решении некоторых задач с помощью квантовых компьютеров [3, 4]. Другими популярными приложениями перепутанных состояний являются квантовая криптография [5], так называемая квантовая телепортация [6] и ее применения в проблемах квантовых каналов информации [7], улучшение стандартов частоты [8] и более общая задача улучшения квантовых пределов точности физических измерений [9].

Традиционным источником перепутанных состояний являются параметрические генераторы света в вырожденном режиме, при котором на выходе генератора образуются фотоны с перепутанными состояниями поляризации [2, 10]. Существенным недостатком такого рода источников является случайность самого процесса генерации, так как время появления очередной пары фотонов определяется квантовыми флуктуациями в кристалле, а также то, что созданные фотонные пары нельзя сохранять в течение долгого времени для последующего

использования. Поэтому в последнее время интенсивно исследуются методы создания перепутанных состояний *атомов*. Уже предложены самые различные подходы: от наблюдения за радиационным распадом атомов [11, 12] до контролируемых ультрахолодных столкновений и диссоциации диатомов [13, 14]. При этом особый практический интерес представляют схемы, в которых перепутанные состояния создаются в строго определенное время путем проведения некоторой процедуры “перепутывания” внутренних состояний атомов [15]. Такие “детерминистские” методы, к тому же, легко обобщаются [16, 17] в процедуры проведения квантовых логических операций — кирпичиков квантово-логических вычислений в квантовых компьютерах.

Другой физическое явление, существенное для предлагаемых в данной работе решений — это резонансное диполь-дипольное взаимодействие (РДДВ). Это взаимодействие, являющееся квантовым обобщением кулоновского взаимодействия двух диполей, и его приложения уже давно исследуются в задачах квантовой химии и квантовой оптики. Простейшая модель РДДВ для случая двух двухуровневых атомов была построена еще в 50-х годах, когда было показано, что, помимо поправок к кулоновскому потенциалу, в квантовом случае необходимо учитывать и эффекты коллективной релаксации в системе дипольно-взаимодействующих атомов. Связанные с этим явления сверхизлучения и обратного к нему явления подавления спонтанного излучения к настоящему моменту развились в отдельную область лазерной физики [18], хотя лишь сравнительно недавно модификация скоростей распада атомов была продемонстрирована экспериментально на элементарном уровне — для двух ионов в ловушке [19, 20]. Помимо этого, в последнее время РДДВ изучалось как источник эффектов квантовой интерференции в спектрах излучения дипольно-взаимодействующих атомов [21–24], группировки фотонов [25], дальних столкновений при лазерном охлаждении [26, 27] и других физических явлений. Наконец, совсем недавно РДДВ было предложено [28, 29] как взаимодействие, позволяющее реализовать условную квантовую динамику — необходимую компоненту квантовых логических операций.

Следует отметить, что РДДВ принадлежит к довольно широкому классу взаимодействий,

гамильтониан которых описывает обмен возбуждением между двумя взаимодействующими подсистемами. Например, подобными гамильтонианами описываются спин-спиновое взаимодействие в полупроводниках [31] и электрон-электронное взаимодействие через поле фононов в твердом теле [32]. Это позволяет надеяться, что предложенные схемы создания перепутанных состояний будут применимы к описанию и других физических систем.

Целью работы является нахождение и теоретическая разработка “детерминистских” методов создания *максимально перепутанных* состояний двух атомов с помощью лазерного поля и резонансного диполь-дипольного взаимодействия (РДДВ).

Перепутанным (entangled) состоянием составной квантовой системы  $Q$  называется такое чистое<sup>1</sup> состояние, волновую функцию которого невозможно представить в виде тензорного произведения волновых функций составляющих системы:

$$\Psi_Q \neq \Psi_A \otimes \Psi_B \otimes \Psi_C \otimes \dots, \quad (1.1)$$

где  $\Psi_A, \Psi_B, \Psi_C \dots$  — волновые функции составляющих  $A, B, C \dots$  системы  $Q$ . В дальнейшем нас будут интересовать перепутанные состояния лишь двухсоставных систем. В практических приложениях наибольший интерес вызывают *максимально перепутанные* состояния, т. е. такие состояния двухсоставных систем, где матрица плотности получающаяся после операции взятия частичного следа по координатам одной из составляющих системы пропорциональна единичному оператору, и, таким образом, вся информация о состоянии системы закодирована только во взаимных корреляциях составляющих системы. Простейшим примером таких состояний является синглетное состояние двух спинов- $\frac{1}{2}$ , также называемое ЭПР-состоянием:

$$\psi_{\text{EPR}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_1 \otimes |\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1 \otimes |\uparrow\rangle_2), \quad (1.2)$$

где  $|\uparrow\rangle_i, |\downarrow\rangle_i$  — состояния  $i$ -го спина с ориентацией спина, соответственно, вверх и вниз.

---

<sup>1</sup>введение меры спутанности состояний для смешанных состояний является нетривиальной задачей и в данный момент является отдельным предметом исследований [7, 33]

Следует отличать перепутанные, т. е. квантово-коррелированные, состояния от смешанных состояний с классическими корреляциями. Для этого рассмотрим измерения направления каждого из двух спинов, находящихся в состоянии (1.2), вдоль оси квантования. Всего возможно четыре результата такого измерения:  $(\uparrow\uparrow)$ ,  $(\uparrow\downarrow)$ ,  $(\downarrow\uparrow)$  и  $(\downarrow\downarrow)$ , где каждая стрелка показывает результат измерения соответствующего спина. Однако для спинов в состоянии  $\psi_{\text{EPR}}$  ненулевую вероятность имеют лишь два результата,  $(\uparrow\downarrow)$  и  $(\downarrow\uparrow)$ , причем каждый из них реализуется с вероятностью  $1/2$ . Таким образом, для каждого спина в отдельности результат измерения равновероятен — спин ориентирован либо вверх, либо вниз с вероятностью  $1/2$  — но при этом наблюдается полная антикорреляция результатов одновременного измерения двух спинов, т. е. если один из спинов направлен вверх, то другой с необходимостью направлен вниз.

Казалось бы, такие же результаты дает и классически-коррелированное смешанное состояние

$$\hat{\rho}_{\text{cl}} = \frac{1}{2} (|\uparrow\rangle_1 \langle\uparrow|_1 \otimes |\downarrow\rangle_2 \langle\downarrow|_2 + |\downarrow\rangle_1 \langle\downarrow|_1 \otimes |\uparrow\rangle_2 \langle\uparrow|_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

где матрица изображена в базисе  $\{|\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2, |\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2, |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2, |\downarrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2\}$ . Действительно, как и для состояния (1.2), вероятность нахождения ориентации вверх или вниз равна  $1/2$  для каждого спина в отдельности, и при этом результаты одновременных измерения двух спинов всегда противоположны. Однако состояние  $\psi_{\text{EPR}}$  обладает существенным отличием от состояния  $\hat{\rho}_{\text{cl}}$ . Заключается оно в том, что состояние  $\psi_{\text{EPR}}$  инвариантно относительно поворотов системы координат (в чем можно убедиться непосредственным преобразованием волновых функций), то есть полная антикорреляция результатов измерения спинов наблюдается для измерений не только вдоль оси квантования, но и вдоль любой другой оси. Для состояния  $\hat{\rho}_{\text{cl}}$  это не так. Формально это отличие между двумя состояниями проявляется в наличии дополнительных слагаемых в выражении для матрицы плотности, соответствующей чистому ЭПР-состоянию

(1.2):

$$\hat{\rho}_{\text{EPR}} = |\psi_{\text{EPR}}\rangle \langle \psi_{\text{EPR}}| = \frac{1}{2} ( |\uparrow\rangle_1 \langle \uparrow|_1 \otimes |\downarrow\rangle_2 \langle \downarrow|_2 + |\downarrow\rangle_1 \langle \downarrow|_1 \otimes |\uparrow\rangle_2 \langle \uparrow|_2 - |\uparrow\rangle_1 \langle \downarrow|_1 \otimes |\downarrow\rangle_2 \langle \uparrow|_2 - |\downarrow\rangle_1 \langle \uparrow|_1 \otimes |\uparrow\rangle_2 \langle \downarrow|_2 ), \quad (1.4)$$

где все дополнительные слагаемые вынесены во вторую строку. В матричном представлении,

$$\hat{\rho}_{\text{EPR}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.5)$$

эти дополнительные члены соответствуют недиагональным матричным элементам.

С точки зрения теории квантового измерения потеря недиагональных элементов при переходе от матрицы (1.5) к матрице (1.3) соответствует редукции состояния спинов, связанной с измерением проекции спинов на ось квантования. Действительно, в результате измерения в матрице плотности остается лишь ее “классическая часть”, расположенная на главной диагонали матрицы, которая и совпадает с матрицей (1.3). Таким образом, можно считать, что  $\hat{\rho}_{\text{EPR}}$  описывает состояние спинов до измерения, а  $\hat{\rho}_{\text{cl}}$  — усредненное состояние после измерения. Как известно, при измерении квантовых переменных происходит привязка состояния к определенному базису, в котором и производится измерение. Естественно, что после такой привязки к оси квантования измерения спина вдоль других осей будет давать другие результаты, чем до нее, так как операторы, соответствующие измерениям спина вдоль разных пространственных осей, не коммутируют. Этот факт и определяет основное отличие между состояниями  $\hat{\rho}_{\text{EPR}}$  и  $\hat{\rho}_{\text{cl}}$ .

Математически отличие классически-коррелированного состояния  $\hat{\rho}_{\text{cl}}$  от состояния  $\hat{\rho}_{\text{EPR}}$  проявляется и в том, что для состояния (1.3), как и для классических распределений вероятности, выполняется условие неотрицательности условной энтропии, которое означает, что энтропия составной системы не меньше энтропий составных частей этой системы [3]. Для состояния (1.4) это не так: энтропия системы двух спинов равна нулю  $S(\hat{\rho}_{\text{EPR}}) = \text{Tr} \hat{\rho}_{\text{EPR}} \log_2 \hat{\rho}_{\text{EPR}} = 0$ , так как  $\hat{\rho}_{\text{EPR}}$  соответствует чистому состоянию, в то время как энтропия матриц плотности, соответствующих каждому спину в отдельности, максимальны и равны  $S(\hat{\rho}_1 = \text{Tr}_2 \hat{\rho}_{\text{EPR}}) =$



$S(\hat{\rho}_2 = \text{Tr}_1 \hat{\rho}_{\text{EPR}}) = \text{Tr} \frac{1}{2} \hat{1} \log_2 \frac{1}{2} \hat{1} = 1$ , где  $\text{Tr}_i$  означает операцию взятия частичного следа по степеням свободы  $i$ -го спина, а  $\hat{1}$  обозначает единичную матрицу  $2 \times 2$ .

В данной работе на моделях двух- и трехуровневых атомов рассматриваются механизмы создания перепутанных состояний с помощью простых и рамановских импульсов, а также методов оптической накачки и стимулированного рамановского адиабатического перехода (СТИРАП). Качество (fidelity) получившихся состояний характеризуется населенностями соответствующих максимально перепутанных состояний, а также с помощью проверки неравенства Белла.

Наиболее существенным свойством РДДВ, используемым в работе, является снятие им вырождения по энергии собственных состояний системы — однофотонных уровней Дике, являющихся в силу структуры гамильтониана системы максимально перепутанными состояниями. Это расщепление позволяет осуществлять перенос населенности посредством лазерного поля селективно лишь один из уровней Дике, тем самым достигая спутывания состояний атомов. При этом, при проведении расчетов нужно учитывать квантовую специфику РДДВ, так как помимо классического кулоновского взаимодействия, оно включает и взаимодействие через поперечные волны, т. е. обмен фотонами. Существенными являются и эффекты коллективной релаксации в системе дипольно-взаимодействующих атомов, вызванные высокой степенью корреляции шумов, действующих на атомы при небольших расстояниях между ними.

В работе также обсуждается возможность реализации предложенных схем в оптических ловушках, где современное развитие экспериментальной техники позволяет осуществлять захват атомов на расстояниях, на которых РДДВ начинает играть серьезную роль в динамике захваченных атомов.

Конкретные аналитические и численные расчеты проводились с помощью программного пакета *Mathematica*. При описании систем в терминах матрицы плотности решения квантового уравнения Фоккера-Планка производилось с помощью техники супероператоров [34], хорошо зарекомендовавшей себя при решении такого рода задач.

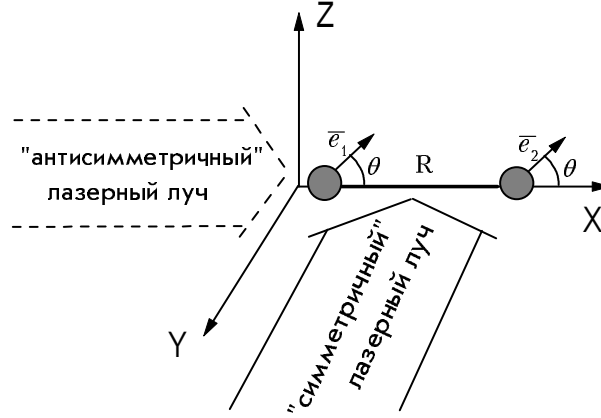


Рис. 1: Геометрия рассматриваемой модели с указанием направления распространения лазерных пучков для случаев симметричного и антисимметричного возбуждения.

## 2 Двухуровневые атомы

### 2.1 Модель

В рассматриваемой модели два идентичных атома находятся на фиксированном расстоянии  $R$  и возбуждаются лазерным пучком, который может быть направлен параллельно или перпендикулярно радиус-вектору  $\vec{R}$ , который соединяет два атома (при этом соответствующие геометрии, по причинам, которые станут понятными позднее, обозначаются как симметричная и антисимметричная, соответственно — см. рис. 1). В соответствующем представлении взаимодействия и в рамках приближения вращающихся волн уравнение динамики матрицы плотности выглядит следующим образом [23]:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{\mathcal{H}}_{\text{eff}}, \hat{\rho}] + \sum_{i,j=1,2} \frac{\gamma^{(ij)}}{2} (2\hat{\sigma}_-^{(i)} \hat{\rho} \hat{\sigma}_+^{(j)} - \hat{\rho} \hat{\sigma}_-^{(i)} \hat{\sigma}_+^{(j)} - \hat{\sigma}_-^{(i)} \hat{\sigma}_+^{(j)} \hat{\rho}), \quad (2.1)$$

где  $\gamma^{(ii)}$  — скорость радиационного распада  $i$ -го атома в свободном пространстве, а  $\gamma^{(12)} = \gamma^{(21)}$  — скорость релаксационного обмена фотонами, характеризующая коллективные релаксационные процессы, связанные с РДДВ.  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{eff}}$  суть эффективный гамильтониан, описывающий собственную эволюцию атомов и их взаимодействие с лазерным полем:

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{eff}} = \frac{\hbar}{2} \left[ \sum_{i=1,2} \left( -\delta \hat{\sigma}_z^{(i)} + \Omega^{(i)} \hat{\sigma}_+^{(i)} \right) + 2\chi \hat{\sigma}_+^{(1)} \hat{\sigma}_-^{(2)} + \text{h. c.} \right]. \quad (2.2)$$

Здесь  $\delta = \omega_L - \omega_A$  — отстройка лазерного поля от частоты невозмущенного атомного перехода,  $\Omega^{(i)}$  — комплексная частота Раби лазерного поля для  $i$ -го атома;  $\hat{\sigma}_x^{(i)}$ ,  $\hat{\sigma}_y^{(i)}$ ,  $\hat{\sigma}_z^{(i)}$  и  $\hat{\sigma}_\pm^{(i)} = \hat{\sigma}_x^{(i)} \pm i\hat{\sigma}_y^{(i)}$ ,  $i = 1, 2$ , являются, соответственно, аналогами компонент спина частицы с полным спином  $\frac{1}{2}$  и гейзенберговскими операторами перехода для двухуровневого атома. Зададим параметры  $g$ ,  $f$  и  $\gamma$  следующими соотношениями:  $\gamma^{(12)} = \gamma^{(21)} = g\gamma$ ,  $\chi = f\gamma$ ,  $\gamma = \gamma^{(11)} = \gamma^{(22)}$ . Безразмерные параметры  $g$  и  $f$ , описывающие, соответственно, скорость релаксационного обмена фотонами и величину диполь-дипольного взаимодействия, зависят от расстояния  $R$  и ориентации дипольных моментов атомов [23]:

$$\begin{aligned}
 f = F(\varphi) &= \frac{3}{2} \left( \frac{\cos \varphi}{\varphi^3} + \frac{\sin \varphi}{\varphi^2} - \frac{\cos \varphi}{\varphi} \right) [\vec{e}_1 \vec{e}_2 - (\vec{e}_1 \vec{e}_R)(\vec{e}_2 \vec{e}_R)] - \\
 &\quad - 3 \left( \frac{\cos \varphi}{\varphi^3} + \frac{\sin \varphi}{\varphi^2} \right) [(\vec{e}_1 \vec{e}_R)(\vec{e}_2 \vec{e}_R)], \\
 g = G(\varphi) &= \frac{3}{2} \left( \frac{\sin \varphi}{\varphi} + \frac{\cos \varphi}{\varphi^2} - \frac{\sin \varphi}{\varphi^3} \right) [\vec{e}_1 \vec{e}_2 - (\vec{e}_1 \vec{e}_R)(\vec{e}_2 \vec{e}_R)] + \\
 &\quad + 3 \left( \frac{\sin \varphi}{\varphi^3} - \frac{\cos \varphi}{\varphi^2} \right) [(\vec{e}_1 \vec{e}_R)(\vec{e}_2 \vec{e}_R)],
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

где  $\vec{e}_i$  — единичные векторы в направлении матричного элемента дипольного момента  $i$ -го атома,  $\vec{e}_R$  — единичный вектор в направлении вектора  $\vec{R}$ ,  $\varphi = k_A R$  — обезразмеренное расстояние между атомами, а  $k_A = \omega_A/c$  — модуль волнового вектора, соответствующего частоте перехода изолированного атома  $\omega_A$ . Графики функций (2.3) для случая, когда векторы дипольных моментов атомов действительны, коллинеарны между собой и составляют угол  $\theta$  с радиус-вектором  $\vec{R}$  (см. рис. 1) изображены на рис. 2. В дальнейшем для определенности будет рассматриваться случай  $\theta = \pi/2$ , так как он отражает все качественные особенности рассматриваемой схемы.

Введем в рассмотрение состояния Дике: двухфотонное возбужденное  $|\Psi_e\rangle = |e\rangle_1 |e\rangle_2$ , основное  $|\Psi_g\rangle = |g\rangle_1 |g\rangle_2$  и два однофотонных максимально перепутанных — симметричное  $|\Psi_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle_1 |e\rangle_2 + |e\rangle_1 |g\rangle_2)$  и антисимметричное  $|\Psi_a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle_1 |e\rangle_2 - |e\rangle_1 |g\rangle_2)$  состояния. Нетрудно показать, что в отсутствие лазерной накачки они являются собственными векторами гамильтониана  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{eff}}$ , а релаксация в системе сводится к радиационному распаду из/в антисим-

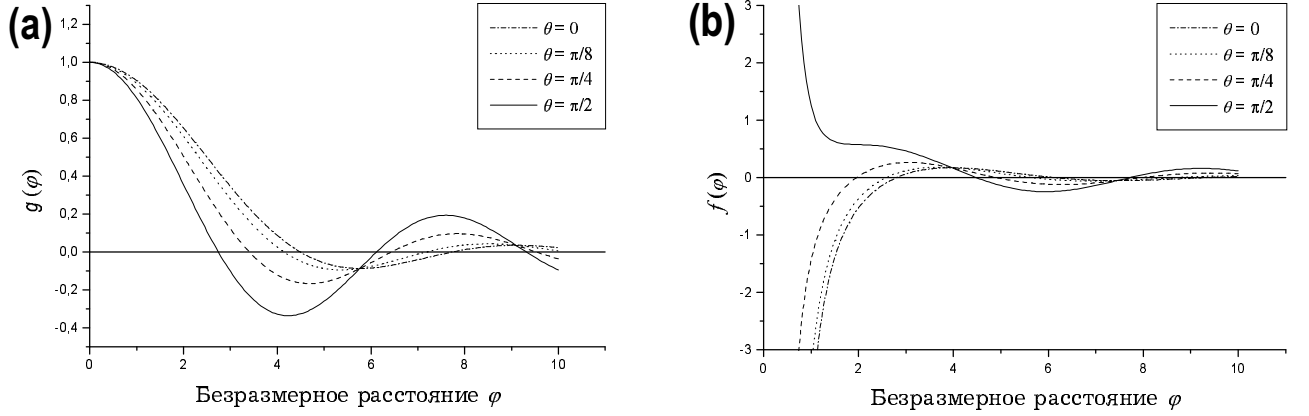


Рис. 2: Функции  $g(\varphi)$  (a) и  $f(\varphi)$  (b), описывающие, соответственно, скорость релаксационного обмена фотонами и энергию диполь-дипольного взаимодействия для разных значений угла  $\theta$  (см. формулы (2.3)).

метричное состояние  $|\Psi_a\rangle$  со скоростью  $\gamma_- = (1 - g(\varphi))\gamma$  и распаду из/в симметричное состояние  $|\Psi_s\rangle$  со скоростью  $\gamma_+ = (1 + g(\varphi))\gamma$  (см. рис. 3).

На примере двухуровневых атомов легко произвести классификацию состояний по типу симметрии относительно перестановки атомов: состояния  $|\Psi_g\rangle$ ,  $|\Psi_e\rangle$ ,  $|\Psi_s\rangle$  принадлежат в этом смысле к одному типу симметрии, а состояние  $|\Psi_a\rangle$  — к другому. Все однофотонные переходы в системе тогда можно разделить на переходы с сохранением симметрии относительно перестановки атомов, и на переходы с нарушением таковой. При этом эффективные скорости лазерно-индуцированных переходов определяются членами вида  $\Omega^{(1)} + \Omega^{(2)}$  для переходов, сохраняющих симметрию, и членами вида  $\Omega^{(1)} - \Omega^{(2)}$  для не сохраняющих симметрию.

## 2.2 Стационарные решения

Для случая симметричной геометрии, когда лазерный луч перпендикулярен  $\vec{R}$  и, таким образом,  $\Omega^{(1)} = \Omega^{(2)} = \Omega$ , оказывается возможным найти стационарные решения уравнения Фоккера-Планка (2.1), которые обобщают уже известные из литературы решения [25] на случай ненулевых отстроек лазерного поля. Населенности уровней Дике в этом случае задаются

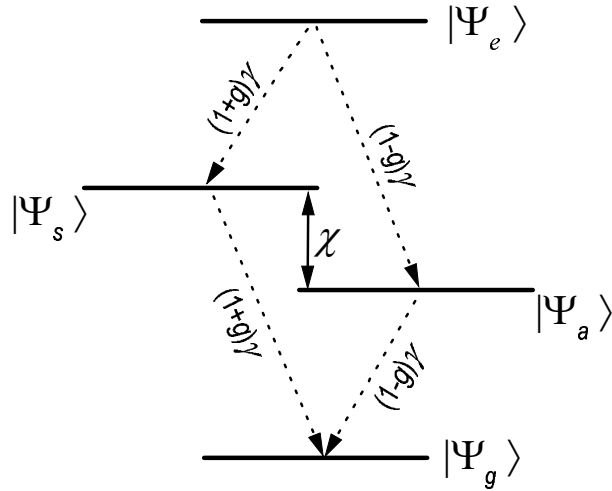


Рис. 3: Схема энергетических уровней системы двух дипольно-взаимодействующих двухуровневых атомов. Указаны каналы релаксационного распада в системе и их скорости.

следующими выражениями:

$$N_e = N_a = \frac{\Omega^4}{(\gamma^2 + 4\delta^2 + 2\Omega^2)^2 + \gamma(\gamma^2 + 4\delta^2)(f^2\gamma + g^2\gamma + 2g\gamma - 4f\delta)},$$

$$N_s = \frac{2\Omega^2(2\gamma^2 + 8\delta^2 + \Omega^2)}{(\gamma^2 + 4\delta^2 + 2\Omega^2)^2 + \gamma(\gamma^2 + 4\delta^2)(f^2\gamma + g^2\gamma + 2g\gamma - 4f\delta)}, \quad (2.4)$$

$$N_g = 1 - N_e - N_a - N_s,$$

а график  $N_s(\Omega, \delta)$  населенности симметричного состояния Дике, соответствующий  $\varphi = 0.5$ , изображен на рис. 4(а).

Для второго из рассматриваемых случаев — антисимметричной геометрии, когда лазерный луч направлен параллельно вектору  $\vec{R}$  — оказалось невозможным найти столь простые выражения для стационарных населенностей уровней Дике, так как в этом случае соотношение между частотами Раби разных атомов более сложное:  $\Omega = \Omega^{(1)} = e^{i\varphi}\Omega^{(2)}$ . Однако с помощью численных методов стационарное решение было найдено и соответствующий график населенности  $N_a(\Omega, \delta)$  антисимметричного уровня Дике представлен на рис. 4(б).

При решении задачи переноса максимального количества населенности рассматриваемой системы в один из верхних уровней с помощью импульсов когерентного излучения хорошим

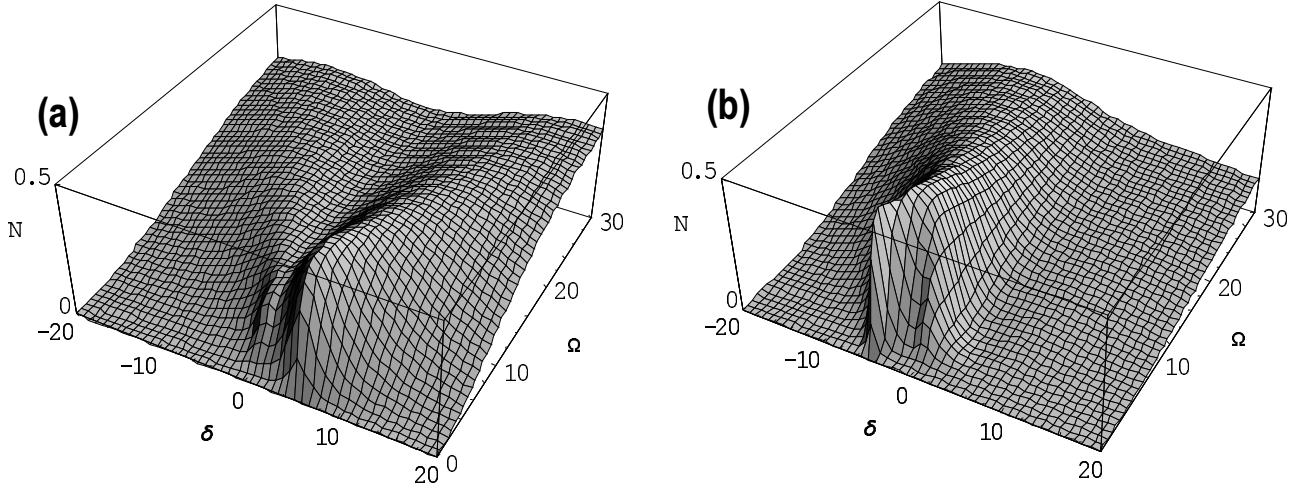


Рис. 4: Стационарные населенности симметричного (a) и антисимметричного (b) состояний Дике в зависимости от лазерной отстройки  $\delta$  и частоты Раби  $\Omega$  для  $\varphi = 0.5$  ( $\delta$  и  $\Omega$  нормированы на  $\gamma$ ).

критерием для определения оптимальных значений параметров  $\Omega$  и  $\delta$  является близость населенности соответствующего уровня в стационарном решении к одной второй (при этом другая половина населенности находится в основном состоянии). Анализируя уравнения (2.4) и графики на рис. 4, получаем следующую оценку для оптимальных значений интересующих нас параметров:

$$\delta_{opt} = \pm\chi(\varphi)/2, \quad \Omega_{opt} = \sqrt{|\chi(\varphi)|\gamma_{\pm}}, \quad (2.5)$$

где верхний знак соответствует случаю симметричной геометрии, а нижний — антисимметричной. Для таких значений параметров на достаточно малых межатомных расстояниях выполняется условие  $|\delta| = |\chi/2| \gg \Omega \gg \gamma_{\pm}$ , которое означает, что интересующий нас переход насыщен, но частота Раби еще достаточно умеренна, чтобы избежать нерезонансного возбуждения (вызванного полевым уширением уровней) другого, не интересующего нас однофотонного состояния Дике.

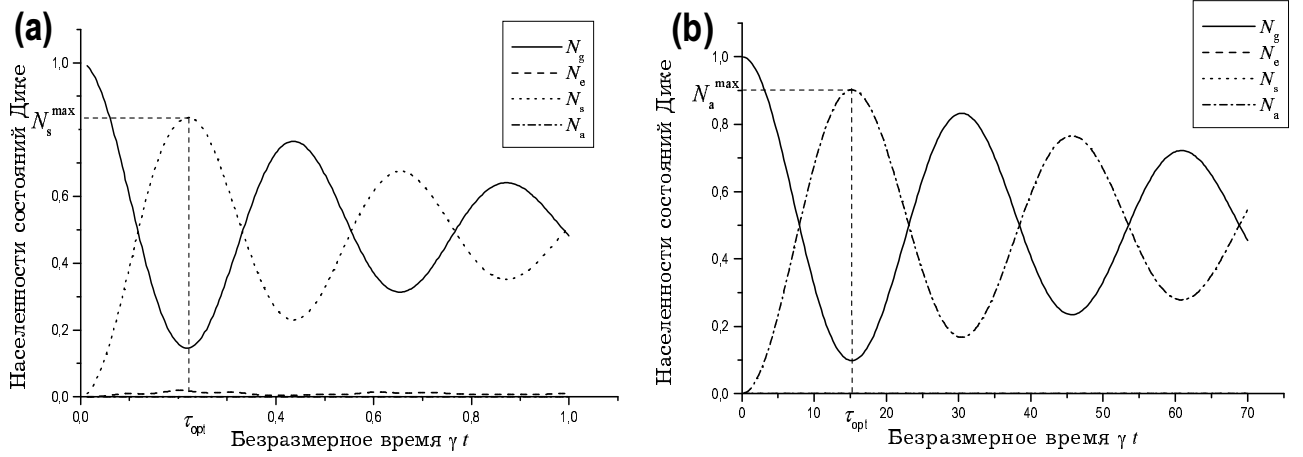


Рис. 5: Динамика населенностей состояний Дике для симметричной (a) и антисимметричной (b) геометрии возбуждения для оптимальных параметров  $\Omega_{opt}$ ,  $\delta_{opt}$  и  $\varphi = 0.5$ . Поле включается в момент времени  $t = 0$ , когда вся населенность сосредоточена в уровне  $|\Psi_g\rangle$ . На графиках указаны оптимальные длительности импульсов и соответствующие им населенности (т. е. надежности создания) максимально перепутанных состояний.

### 2.3 “Надежность” создания максимально перепутанных состояний

Определив оптимальные параметры  $\Omega_{opt}$  и  $\delta_{opt}$  лазерного поля, рассмотрим теперь “надежность” (fidelity) создания максимально перепутанных состояний, т. е. максимальное количество населенности, которое можно перенести в одно из максимально перепутанных состояний с помощью *импульсов* лазерного поля (в противоположность рассмотренному в предыдущей части стационарному случаю, где накачка непрерывна). На рис. 5 изображена динамика населенностей для случая симметричного и антисимметричного возбуждения, численно рассчитанная для оптимальных параметров (2.5) и межатомного расстояния  $\varphi = 0.5$ . Определим теперь оптимальную длину импульса  $\tau_{opt}$  как момент времени, когда населенность интересующего нас уровня достигает своего первого максимума, а искомую надежность создания максимально перепутанного состояния для заданного расстояния  $\varphi$  как достигнутую при этом населенность соответствующего состояния  $N_{s,a}^{max}$  (см. рис. 5) (таким образом, сам процесс создания максимально перепутанного состояния подобен процессу инверсии населенности в двухуровневом атоме с помощью когерентного  $\pi$ -импульса). Как видно графика на рис. 6(a),

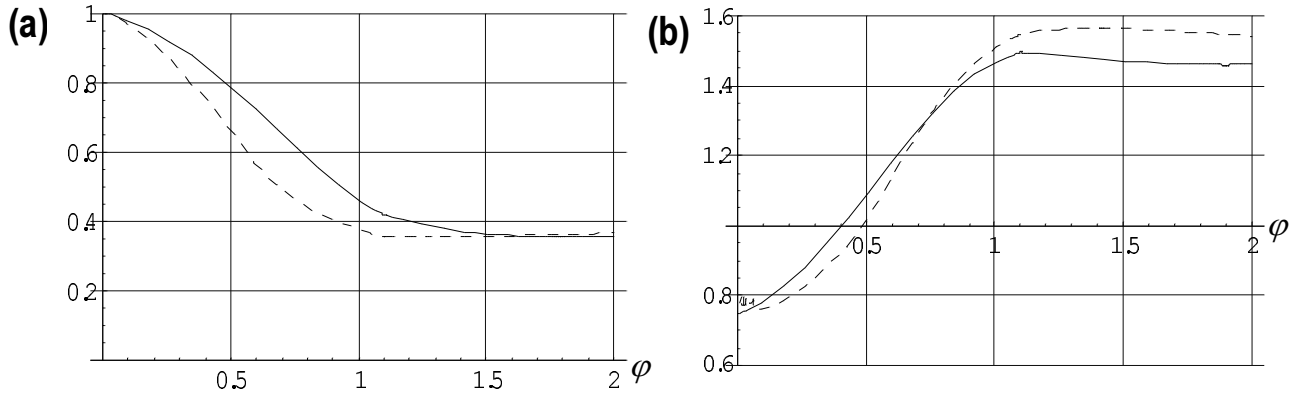


Рис. 6: (a) Надежность создания максимально перепутанных состояний Дике с помощью оптимального импульса в зависимости от межатомного расстояния  $\varphi$ . (b) Левая сторона неравенства Белла (2.6) в зависимости от  $\varphi$ . Для чистых максимально перепутанных состояний она составляет  $3/4$ , для некоррелированных состояний —  $3/2$ , классическая граница — 1. Сплошные линии соответствуют симметричной геометрии, пунктирные — антисимметричной. с уменьшением расстояния  $\varphi$  до нуля надежности создания максимально перепутанных состояний для обеих геометрий возбуждения стремится к единице, т. е. созданное состояние практически совпадает с интересующим нас максимально перепутанным состоянием.

Этот результат объясняется тем, что по мере уменьшения межатомного расстояния расщепление между симметричным и антисимметричным состояниями неограниченно возрастает,<sup>2</sup> и “паразитного” возбуждения не интересующих нас уровней можно избежать, просто настроив лазер в резонанс с переходом лишь в одно из однофотонных состояний Дике. Распад населенностей на малых расстояниях  $\varphi$  также становится несущественным, так как, возбуждая систему все более короткими импульсами (частота Раби которых при этом растет в соответствии с (2.5)), мы соответственно уменьшаем вероятность релаксационного распада за время импульса.

Для случая симметричного возбуждения ситуация улучшается еще и тем, что в этом случае

<sup>2</sup>конечно, на расстояниях порядка атомных размеров, выражения (2.3) неприменимы, так как на таких расстояниях определяющую роль играют обменные эффекты [23]; однако существует широкий диапазон расстояний  $R$ , для которых  $a \ll R \ll \lambda$ , где  $a$  — боровский радиус, который и представляет наибольший интерес для данной работы



матричные элементы переходов между антисимметричным и верхним или нижним состоянием в дипольном приближении обращаются в ноль. Таким образом, ненулевая населенность антисимметричного состояния  $|\Psi_a\rangle$  возникает только за счет слабого релаксационного распада с верхнего уровня  $|\Psi_e\rangle$  (в стационарном решении (2.4) эти два уровня даже имеют одинаковые населенности, которые пренебрежимо малы в случае больших отстроек). Однако в случае антисимметричного возбуждения та же ситуация работает против нас, так как по мере уменьшения расстояния между атомами частоты Раби для двух атомов становятся все более близкими по фазе, и интересующий нас матричный элемент перехода  $|\Psi_g\rangle \leftrightarrow |\Psi_a\rangle$  уменьшается, так как он пропорционален разности частот Раби, действующих на атомы. Но, как видно из рис. 6(а), даже с такой малой эффективностью возбуждения оказывается возможным перенести населенность только в антисимметрическое состояние  $|\Psi_a\rangle$  за счет того, что другие переходы слишком далеки от резонанса. При этом лишь возрастает длительность оптимального импульса  $\tau_{opt}$ . Но зато и время жизни  $1/\gamma_- = 1/((1 - g(R))\gamma) \gg 1/\gamma$  созданного состояния  $|\Psi_a\rangle$  много больше времени жизни состояния  $|\Psi_s\rangle$  [используя эту особенность антисимметричного состояния Дике можно создавать перепутанные состояния пассивно [35], но при этом трудно добиться больших надежностей (вероятностей) создания максимально перепутанного состояния].

## 2.4 Нарушения неравенства Белла

Помимо вычисления надежностей создания максимально перепутанных состояний, в данной работе для характеристики созданных состояний рассматривается, насколько эти состояния нарушают неравенство Белла для результатов измерения спина частицы вдоль трех направлений (что, как известно, является отличительной особенностью перепутанных состояний [3]). Пользуясь аналогией между двухуровневой системой и частицей со спином  $\frac{1}{2}$ , в нашем случае аналогичные неравенства можно сформулировать для результатов измерения инверсии

населенности атома после трех видов вращений вектора Блоха.<sup>3</sup>

Нетрудно показать [3], что для любой теории локальных скрытых переменных вероятности ориентации спина вдоль трех выбранных направлений удовлетворяют неравенству:

$$P_{\text{diff}}(0, 2\pi/3) + P_{\text{diff}}(2\pi/3, -2\pi/3) + P_{\text{diff}}(0, -2\pi/3) \geq 1, \quad (2.6)$$

где  $P_{\text{diff}}(\vartheta_1, \vartheta_2)$  — вероятность получения разных результатов при измерении проекции спинов, т.е. обнаружение одного спина сонаправленным направлению  $\vec{n}_z$ , а второго — противонаправленным вектору  $\vec{n}_z$ , после того, как первый спин повернут на угол  $\vartheta_1$ , а второй — на угол  $\vartheta_2$  относительно оси  $OX$  (или любой другой оси, перпендикулярной  $\vec{n}_z$ ). В квантовой механике, однако, для максимально перепутанного состояния (1.2) и его атомного аналога  $|\Psi_a\rangle$  левая сторона неравенства (2.6) составляет лишь 0.75. Для того, чтобы применить то же неравенство (2.6) и для случая симметричной геометрии, следует сначала произвести поворот состояния одного из атомов на  $180^\circ$  вокруг оси  $OZ$ <sup>4</sup>, тем самым трансформируя состояние  $|\Psi_s\rangle$  в состояние  $|\Psi_a\rangle$ , после чего следовать той же процедуре, что и в случае антисимметричного состояния. На рис. 6(b) изображена левая часть неравенства (2.6) в зависимости от межатомного расстояния  $\varphi$ . Из графика видно, что для  $\varphi < \varphi_0$ , где  $\varphi_0 \approx 0.4$  для симметричной геометрии и  $\varphi_0 \approx 0.5$  для антисимметричной, неравенство Белла уже нарушается, а в пределе  $\varphi \rightarrow 0$  мы возвращаемся к пределу 0.75, соответствующему чистым максимально перепутанным состояниям.

### 3 Трехуровневые атомы

В предыдущем разделе на рассмотренной модели двухуровневых атомов показано, как, пользуясь вызванным РДДВ расщеплением однофотонных уровней Дике, можно с помощью ко-

---

<sup>3</sup>в экспериментах эти вращения реализуются с помощью когерентных лазерных импульсов, а измерение населенности проводится просто посредством наблюдения за спонтанным излучением атома

<sup>4</sup>экспериментально такое преобразование можно произвести, например, индуцируя в одном из атомов на определенное время динамический или статический штарковский сдвиг частоты перехода с помощью, соответственно, статического или нерезонансного лазерного электрического поля

герентных импульсов лазерного излучения осуществлять селективный перенос населенности лишь в одно из максимально перепутанных состояний Дике. Однако за счет того, что образованные состояния содержат вклады от возбужденных состояний атомов, они быстро распадаются (за время порядка  $1/\gamma$ ), в то время как для всех практических применений необходимы долгоживущие перепутанные состояния. Даже для проверки неравенства Белла необходимо, чтобы созданные состояния жили достаточно долго для того, чтобы они могли быть пространственно разделены для индивидуального измерения. В рассмотренной же модели этого достигнуть нельзя, так как РДДВ и дипольный распад атомов имеют одну природу и мы не можем воспользоваться одним, избегая другого. Эти трудности могут быть преодолены лишь в модели трехуровневых атомов.

Относительно стабильные перепутанные состояния могут быть созданы при использовании в качестве рабочих, например, зеemanовских подуровней атомов. РДДВ для переходов между самими этими уровнями пренебрежимо мало, но, вводя в рассмотрение дополнительный возбужденный уровень, переходы в который разрешены в дипольном приближении для обоих из нижних подуровней, можно предложить несколько способов создания долгоживущих перепутанных состояний в соответствующей системе двух трехуровневых атомов в  $\Lambda$ -конфигурации.

### 3.1 Модель

Модель, использующая трехуровневые атомы, является несложным обобщением модели двухуровневых атомов, где каждый из дипольно разрешенных переходов подвергается расщеплению за счет РДДВ аналогично случаю двухуровневых атомов<sup>5</sup>. Ввиду того, что в исходной  $\Lambda$ -системе переходы между двумя нижними уровнями в дипольном приближении запрещены, радиационная релаксация и расщепление, вызванное РДДВ, в системе нижних уровней отсутствует. Таким образом, уравнение динамики матрицы плотности записывается следующим

---

<sup>5</sup>РДДВ в системе трехуровневых атомов в такой модели недавно исследовалось как источник биений во флуоресценции при диссоциации диатомов [24] и как причина изменения длительности темных и светлых периодов флуоресценции атомов в V-конфигурации [37]

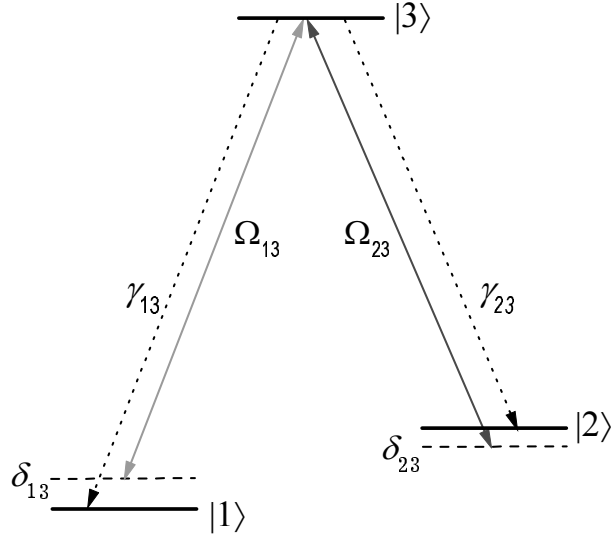


Рис. 7: Схема уровней исходной  $\Lambda$ -системы с обозначенными лазерно-индуцированными переходами и каналами релаксационного распада.

образом:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{\mathcal{H}}_{\text{eff}}, \hat{\rho}] + \sum_{i,j,k=1,2} \frac{\gamma_{k3}^{(ij)}}{2} \left( 2\hat{\sigma}_{3k}^{(i)} \hat{\rho} \hat{\sigma}_{k3}^{(j)} - \hat{\rho} \hat{\sigma}_{3k}^{(i)} \hat{\sigma}_{k3}^{(j)} - \hat{\sigma}_{3k}^{(i)} \hat{\sigma}_{k3}^{(j)} \hat{\rho} \right), \quad (3.1)$$

где верхние индексы  $i$  и  $j$  нумеруют атомы, а нижние индексы  $k3$  и  $3k$  — переходы в  $\Lambda$ -системе, причем индекс  $k$  относится к двум нижним уровням  $\Lambda$ -системы (см. рис. 7);  $\hat{\sigma}_{kl}^{(i)}$  — оператор перехода с уровня  $|k\rangle$  на уровень  $|l\rangle$  в  $i$ том атоме. Эффективный гамильтониан  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{eff}}$  теперь включает взаимодействие на обоих переходах:

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{eff}} = \hbar \left[ \sum_{i,k=1,2} \left( \delta_{k3} \hat{n}_k^{(i)} + \frac{\Omega_{k3}^{(i)}}{2} \hat{\sigma}_{k3}^{(i)} \right) + \chi_{k3} \hat{\sigma}_{k3}^{(1)} \hat{\sigma}_{3k}^{(2)} + \text{h. c.} \right], \quad (3.2)$$

где  $\hat{n}_k^{(i)}$  — операторы населенности уровня  $|k\rangle$  в  $i$ том атоме, а  $\delta_{k3}$  — отстройки частот лазерного поля от невозмущенных частот соответствующих переходов  $|k\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  (см. рис. 7).

Как и для двухуровневых атомов, выразим характеристики диполь-дипольного взаимодействия через безразмерные параметры  $g_{k3}$  и  $f_{k3}$ :  $\gamma_{k3}^{(12)} = \gamma_{k3}^{(21)} = g_{k3}\gamma_{k3}$  и  $\chi_{k3} = f_{k3}\gamma_{k3}$ , где  $\gamma_{k3} = \gamma_{k3}^{(11)} = \gamma_{k3}^{(22)}$ . При этом каждый из параметров  $g_{k3}$  и  $f_{k3}$  выражается по формулам (2.3):  $g_{k3} = G(\varphi_{k3})$ ,  $f_{k3} = F(\varphi_{k3})$ , где  $\varphi_{k3} = \omega_{k3}R/c$ . В дальнейшем для простоты будет рассматриваться случай симметричной  $\Lambda$ -системы, где  $\gamma_{13} = \gamma_{23} = \gamma$ ,  $g_{13} = g_{23} = g$ ,  $\chi_{13} = \chi_{23} = \chi$ . Матричные элементы дипольных моментов атомов для каждого перехода будут по-прежнему

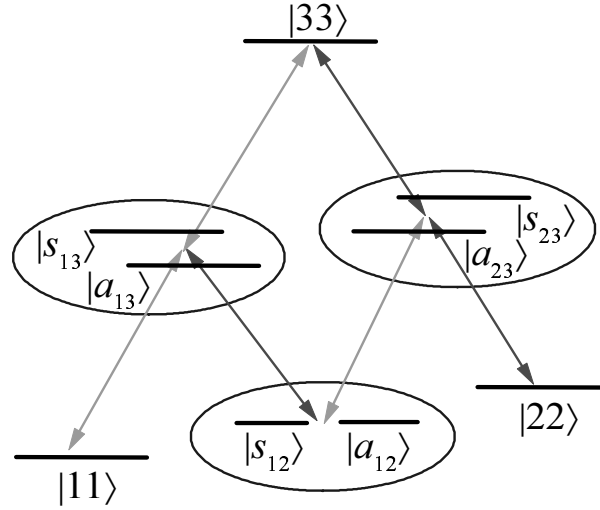


Рис. 8: Схема энергетических уровней двух трехуровневых дипольно-взаимодействующих атомов в  $\Lambda$ -конфигурации. Обозначены дублеты, образованные симметричными и антисимметричными состояниями Дике для каждого из переходов, а также лазерно-индуцированные переходы, вызванные полями, действующими на разные плечи исходной  $\Lambda$ -системы (рис. 7).

считаться сонаправленными друг другу и перпендикулярными радиус-вектору  $\vec{R}$ , соединяющему атомы.

Для трехуровневых атомов также можно ввести аналоги состояний Дике, являющихся собственными векторами гамильтониана без учета лазерного возбуждения. Состояниям  $\Psi_g$  и  $\Psi_e$  в трехуровневых атомах соответствуют три состояния  $|kk\rangle = |k\rangle_1 |k\rangle_2$ ,  $k = 1, 2, 3$ , имеющие форму тензорного произведения, а состояниям  $\Psi_a$  и  $\Psi_s$  — три симметричных и три антисимметричных максимально перепутанных состояния:  $|s_{kl}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|k\rangle_1 |l\rangle_2 + |l\rangle_1 |k\rangle_2)$  и  $|a_{kl}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|k\rangle_1 |l\rangle_2 - |l\rangle_1 |k\rangle_2)$ ,  $k, l = 1, 2, 3$ ,  $k < l$ . Результирующая схема уровней изображена на рис. 8.

В рассматриваемой схеме каждый переход взаимодействует лишь с одним из лазерных полей, описываемых частотами Раби  $\Omega_{13}^{(i)}$  или  $\Omega_{23}^{(i)}$ . Такая ситуация может быть вызвана значительным расщеплением энергии нижних уровней или поляризационной развязкой рассматриваемых переходов.

В дальнейшем мы будем предполагать, что вначале вся населенность системы сосредото-

точена в состоянии  $|11\rangle$ . Обычно этого достигают методами оптической накачки [39], т. е. создавая ситуацию, когда искомое состояние является стационарным решением уравнения Фоккера-Планка и, таким образом, система переходит в него на асимптотически больших временах. В рассматриваемом случае оптическую накачку в уровень  $|11\rangle$  можно осуществить, просто возбуждая систему лишь одним лазерным лучом, соответствующим переходу  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  в исходной  $\Lambda$ -системе.

### 3.2 Метод резонансных рамановских импульсов

Как известно, используя рамановские импульсы, т. е. комбинации двух когерентных лазерных импульсов, действующих на разные дипольно-разрешенные переходы  $\Lambda$ -системы в условиях рамановского резонанса, можно переносить населенность между нижними подуровнями  $\Lambda$ -системы через верхний “транзитный” уровень [38]. При этом эффективность процессов, являющихся однофотонно-резонансными, может на несколько порядков превышать эффективности нерезонансных аналогов. Таким образом, в системе двух дипольно-взаимодействующих атомов, подобрав подходящим образом частоты и фазы лазерных полей накачки, можно добиться селективного переноса лишь в одно из максимально перепутанных состояний нижних подуровней  $|a_{12}\rangle$  или  $|s_{12}\rangle$  за счет того, что частоты переходов между каждым из нижних подуровней и максимально перепутанными состояниями Дике, включающими верхний уровень, подвержены сильному сдвигу из-за РДДВ, и лишь один из возможных рамановских процессов является однофотонно-резонансным.

Если составляющие рамановского импульса, действующие на разные дипольно-разрешенные переходы в  $\Lambda$ -системе не пересекаются во времени, а следуют один за другим, то двухступенчатый процесс создания перепутанных состояний с помощью рамановских импульсов сводится к рассмотренному в предыдущем разделе 2. Этот процесс можно представить так: с помощью первой составляющей рамановского импульса создается быстро распадающееся перепутанное состояние верхнего и одного из нижних подуровней  $\Lambda$ -системы, как описано в разделе 2 на основе модели двухуровневых атомов. Вторая же составляющая

импульса, соответствующая симметричной геометрии возбуждения, перенесет населенности верхних уровней обоих атомов на другой из нижних подуровней, образуя таким образом искомое состояние. Это произойдет потому, что импульсы, соответствующие симметричной геометрии, вызывают переходы лишь между состояниями с одинаковой симметрией (или, пользуясь другой терминологией, с одинаковым полным спином).

Если выбрать параметры лазерного поля следующим образом:

$$\alpha_{k3} = 0, \quad \delta_{k3} = \chi/2, \quad |\Omega_{k3}^{(i)}| = \sqrt{|\chi|\gamma(1+g)}, \quad (3.3)$$

где  $\alpha_{k3}$  — разница в фазе накачки между двумя атомами ( $\Omega_{k3}^{(1)} = \exp(i\alpha_{k3})\Omega_{k3}^{(2)}$ ), то первая составляющая рамановского импульса, соответствующая переходу  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  в исходной  $\Lambda$ -системе, осуществит перенос населенности системы в состояние  $|s_{13}\rangle$  (мы по-прежнему считаем, что изначально вся населенность сосредоточена в состоянии  $|11\rangle$ ), а вторая, соответствующая переходу  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ , — в состояние  $|s_{12}\rangle$ , тем самым создав искомое максимально перепутанное состояние. Выбрав параметры лазерного поля немного по-другому:

$$\alpha_{13} = 0, \quad \alpha_{23} = \varphi_{k3}, \quad \delta_{k3} = -\chi/2, \quad (3.4)$$

$$|\Omega_{13}^{(i)}| = \sqrt{|\chi|\gamma(1+g)}, \quad |\Omega_{23}^{(i)}| = \sqrt{|\chi|\gamma(1-g)},$$

можно добиться переноса и в антисимметричное состояние  $|a_{12}\rangle$ .

Эффективность рассмотренного метода создания перепутанных состояний можно просто оценить как произведение надежностей (fidelities) создания максимально перепутанных состояний, найденных в разделе 2.3, для двух этапов рамановского импульса. Для более точного расчета необходимо решать уравнение Фоккера–Планка для матрицы плотности размерностью  $9 \times 9$ , т. е. с матрицей динамического супероператора размерностью  $81 \times 81$ . В данной работе, ввиду ограниченности вычислительных мощностей и безинтересности с точки зрения новых качественных результатов, эта задача не решалась.

### 3.3 Метод адиабатического переноса

Метод стимулированного рамановского адиабатического перехода (СТИРАП)[40] состояний атомов или молекул является хорошо известной альтернативой использованию рамановских

импульсов для переноса населенностей из одного квантового состояния в другое. При использовании этого метода перенос осуществляется за счет адиабатического следования состояния атомов за параметрами лазерного поля при достаточно медленном их изменении. При этом состояние системы в течение всего процесса переноса остается близким к “темному” состоянию  $\Lambda$ -системы [41], которое не взаимодействует с лазерным полем и не подвержено релаксационному распаду. За счет этого достигается практически нулевая вероятность распада в процессе переноса, что является важным преимуществом по сравнению с использованием рамановских импульсов. Следует отметить, что использовать СТИРАП для реализации квантовых логических операций уже предлагалось в системе атомов взаимодействующих через выделенную моду резонатора [42].

Вначале рассмотрим СТИРАП для одного изолированного атома. Гамильтониан исходной  $\Lambda$ -системы, каждый из дипольно-активных переходов которой взаимодействует с лазерным полем “своей” частоты, задается матрицей

$$H_{\Lambda} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 2\delta_{13} & 0 & \Omega_{13}(t) \\ 0 & 2\delta_{23} & \Omega_{23}(t) \\ \Omega_{13}(t) & \Omega_{23}(t) & 0, \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

где  $\delta_{13}$  и  $\delta_{23}$  — отстройки частот лазерного поля для двух переходов, а  $\Omega_{13}(t)$  и  $\Omega_{23}(t)$  — частоты Раби для двух переходов (рис. 7).

Предположим, что изначально вся населенность сосредоточена в одном из нижних уровней, и для определенности пусть это будет уровень  $|1\rangle$ . Рассмотрим “темное” состояние [41]

$$\Psi_d = \cos \Theta |1\rangle - \sin \Theta |2\rangle, \quad (3.6)$$

где угол  $\Theta(t)$  определяется из соотношения

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{\Omega_{13}(t)}{\Omega_{23}(t)}. \quad (3.7)$$

Темным оно называется потому, что, в условиях рамановского резонанса,  $\delta_{13} = \delta_{23}$ , оно является стационарным решением соответствующего уравнения Фоккера-Планка, из которого



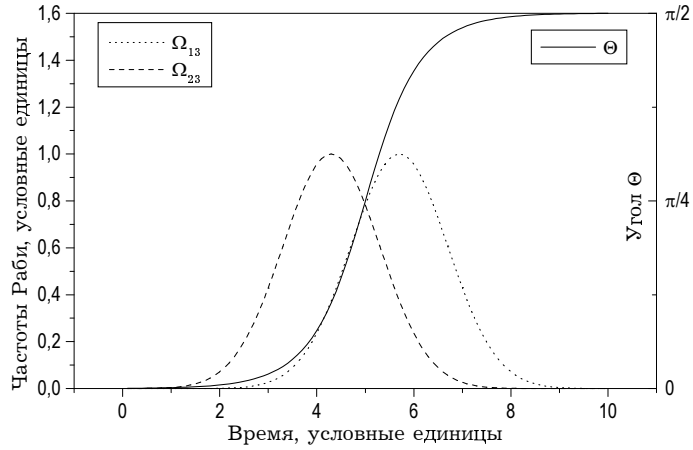


Рис. 9: Временная зависимость частот Раби при контринтуитивной последовательности импульсов в схеме СТИРАП.

причем не происходит спонтанного излучения. Это объясняется тем, что оно является собственным вектором гамильтониана (3.5) и является стабильным к радиационному распаду, так как не содержит вклада от верхнего уровня  $|3\rangle$ , который является единственным радиационно распадающимся уровнем в рассматриваемой  $\Lambda$ -системе.

Используя частично перекрывающиеся импульсы в “контринтуитивной” (т. е. противоположной используемой в рамановских импульсах) последовательности (см. рис. 9), мы добиваемся того, что угол  $\Theta$  меняется от 0 до  $\pi/2$  и темное состояние, вначале совпадающее с состоянием  $|1\rangle$  переходит в состояние  $|2\rangle$ . Для достаточно длительных или интенсивных импульсов,  $\int_{-\infty}^{\infty} \Omega_{k3} dt \gg 1$ ,  $k = 1, 2$ , угол  $\Theta$  изменяется медленно и выполняются условия адиабатического следования состояния атома за текущими интенсивностями поля [40], т. е. состояние атома остается очень близким к темному состоянию (3.6) в течение всего процесса переноса. При этом можно показать [40], что наилучшие результаты при использовании гауссовских импульсов получаются, когда задержка импульсов друг относительно друга совпадает с их длительностью:

$$\Omega_{13} = \Omega_0 \exp \frac{(t - \tau_p/2)^2}{2\tau_p^2}, \quad \Omega_{23} = \Omega_0 \exp \frac{(t + \tau_p/2)^2}{2\tau_p^2}, \quad (3.8)$$

где  $\Omega_0$  — амплитуда, а  $\tau_p$  — длительность импульсов.

Для системы двух дипольно-взаимодействующих атомов ситуация существенно усложня-

ется тем, что существует множество путей, которыми населенность заданного состояния может быть перенесена в другое состояние, что может существенно уменьшить эффективность процесса [43]. Тем не менее, как показывают проведенные численные исследования, правильно выбрав параметры импульсов лазерных полей, в системе дипольно-взаимодействующих атомов все же можно добиться высоких эффективностей переноса состояния в одно из максимально перепутанных состояний,  $|s_{12}\rangle$  или  $|a_{12}\rangle$ . Исследования проводились путем численного решения уравнения Шредингера, с гамильтонианом, задаваемым выражением (3.2). Описание системы в терминах волновой функции и применение уравнения Шредингера вместо уравнения Фоккера-Планка оправдано при пренебрежимости релаксационных эффектов и при условии хорошего разрешения симметричных и антисимметричных состояний в дублетах,  $\chi \gg \gamma$ , конечная ширина уровней  $\gamma$  не играет существенной роли. При этом, как уже отмечалось, несущественность релаксационного распада в системе обусловлена характеристиками самого процесса СТИРАП, так как в процессе адиабатического перехода населенность системы преимущественно сосредоточена в темном состоянии, которое не подвержено релаксационному распаду. Второе же условие можно считать автоматически выполненным, так как в дальнейшем нас будут интересовать лишь случай малых межатомных расстояний.

Подобрав частоты и геометрии лазерных лучей таким образом, чтобы в системе оказались активными (т. е. резонансными и соответствующими используемой геометрии) лишь два перехода, соединяющие начальное состояние системы с одним из максимально перепутанных состояний через вышележащий уровень, будем, как и в случае рамановских импульсов, осуществлять адиабатический перенос в одно из максимально перепутанных состояний  $|a_{12}\rangle$  или  $|s_{12}\rangle$ . Если выбрать параметры полей накачки, например, следующим образом:

$$\alpha_{13} = 0, \quad \alpha_{23} = \pi, \quad \delta_{k3} = \chi/2, \quad |\Omega_{k3}| \ll |\chi|, \quad (3.9)$$

причем частоты Раби для двух переходов изменяются во времени в соответствии с (3.8) (см. рис. 9), то в системе окажутся активными только два перехода,  $|11\rangle \leftrightarrow |s_{13}\rangle$  и  $|s_{13}\rangle \leftrightarrow |a_{12}\rangle$ , и, таким образом, в результате процесса адиабатического переноса будет создано максимально

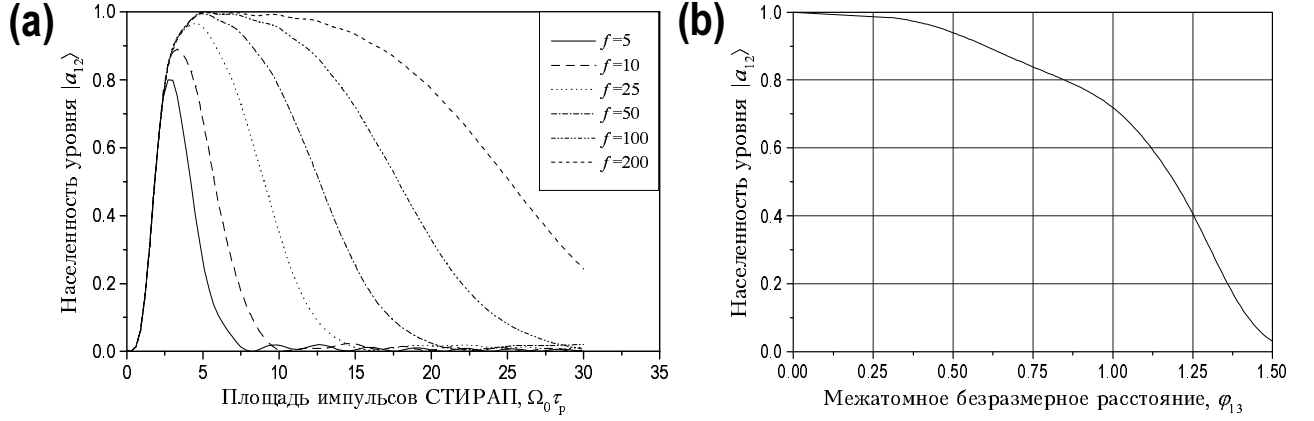


Рис. 10: (а) Населенности максимально перепутанного состояния  $|a_{12}\rangle$  после проведения процедуры адиабатического переноса в зависимости от площади импульсов накачки для разных значений параметра  $f$ . (б) То же для оптимального значения площади импульсов в зависимости от межатомного расстояния  $\varphi_{13}$ . В обоих графиках предполагается, что длительность импульсов СТИРАП равна  $\tau_p = 0.1/\gamma$ .

перепутанное состояние  $|a_{12}\rangle$ . Необходимую разницу в фазе  $\alpha_{23} = \pi$  можно создать, например, в антисимметричной геометрии с помощью стоячей волны, один из узлов которой, находится посередине между двумя атомами [17].

Надежность создания максимально перепутанного состояния, т. е. населенность уровня  $|a_{12}\rangle$  после воздействия импульсов СТИРАП изображена на рис. 10(а) в зависимости от амплитуды импульсов накачки  $\Omega_0 \tau_p$  для разных значений параметра РДДВ  $f = \chi/\gamma$  (в данной модели релаксационные эффекты не учитываются, и РДДВ полностью характеризуется величиной  $\chi$ ). Как видно из графика, для больших значений расщепления  $f$  населенность сначала растет по мере того, как эволюция становится все более адиабатической, достигая насыщения при  $\Omega_0 \tau_p \approx 5$ , но в дальнейшем спадает из-за нарушения последнего неравенства в (3.9) и наличия нерезонансного возбуждения других переходов системы (связанного с полевым уширением уровней), результатом чего является разрушение темного состояния типа (3.6). По той же причине максимум для меньших значений  $f$  достигается раньше, чем в  $\Omega_0 \tau_p \approx 5$ , а соответствующая надежность так не достигает единицы. На рис. 10(б) изображена зависимость

надежности для оптимальных значений площади импульсов и в зависимости от межатомного расстояния  $\varphi_{13}$  (сравни с рис. 6(a)).

Еще раз отметим, что ошибка, связанная с неучетом релаксационных процессов в системе, становится существенной лишь для случаев, когда используются длительные импульсы,  $\tau_p \gamma \geq 1$  и конечная надежность не близка к единице, т. е. в случаях, не представляющих особого интереса для данной работы.

### 3.4 Метод оптической накачки

Подобрав определенным образом параметры возбуждающего лазерного поля, в рассматриваемой системе можно реализовать схему оптической накачки [39], т. е. ситуацию, когда искомого максимально перепутанное состояние является стационарным решением уравнения Фоккера-Планка, и система переходит в него на асимптотически больших временах при непрерывной накачке. Для этого параметры могут быть выбраны, например, следующим образом:

$$\alpha_{k3} = 0, \quad \delta_{k3} = \chi/2, \quad |\Omega_{k3}| \ll |\chi|. \quad (3.10)$$

Если пренебречь нерезонансным возбуждением других уровней, что оправдано при условии  $|\chi| \gg \gamma$ , то в системе будут активными (резонансными и соответствующими используемой геометрии) лишь некоторые из переходов, возбуждаемых лазерным полем. Эти активные переходы, а также существенные для схемы оптической накачки каналы спонтанного распада, изображены на рис. 11(a) (так как для достаточно близких расстояний  $\varphi$  возбуждение верхнего уровня практически отсутствует — см. раздел 2.3 — его можно не изображать на диаграмме). Как видно, при этом максимально перепутанное состояние  $|a_{13}\rangle$  выпадает из цепочки состояний, которые возбуждаются лазерным полем, так как все переходы соответствуют симметричной геометрии (рис. 1) и таким образом сохраняют симметрию уровней. Тем не менее, оно заселяется за счет спонтанного распада вышележащих уровней, а за счет того, что само это изолированное состояние стабильно к распаду, вся населенность системы в конце концов окажется в этом максимально перепутанном состоянии. Нужно, однако, понимать, что при

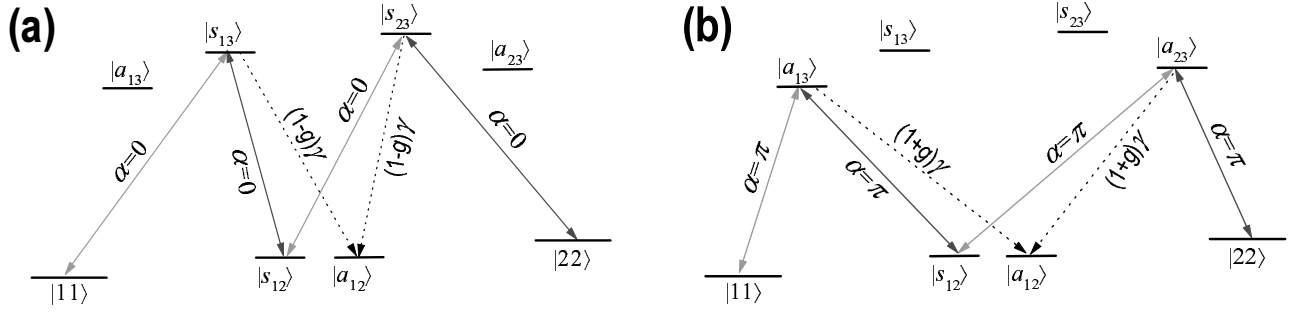


Рис. 11: Схема уровней и переходов для двух вариантов метода оптической накачки (см. раздел 3.4). Сплошными линиями с двойными стрелками обозначены переходы, индуцированные лазерной накачкой, пунктирными — существенные для данной схемы каналы релаксационного распада. Для лазерно-индуцированных переходов указаны разница в фазе  $\alpha$  лазерного поля для двух атомов ( $\Omega^{(1)} = \exp(i\alpha)\Omega^{(2)}$ ), для спонтанных — скорости распада.

уменьшении расстояния между атомами, уменьшается скорость спонтанного распада с изменением симметрии, однако она всегда остается ненулевой, и в результате лишь увеличивается время релаксации всей системы в искомое максимально перепутанное состояние.

Указанные недостатки по другому проявляются в схеме, использующей антисимметричную геометрию. Параметры при этом задаются в соответствии с формулами

$$\alpha_{k3} = \pi, \quad \delta_{k3} = -\chi/2, \quad |\Omega_{k3}| \ll |\chi|, \quad (3.11)$$

а соответствующие переходы изображены на рис. 11(b). В такой схеме скорость спонтанного распада на уровень  $|a_{13}\rangle$  не становится малой при малых расстояниях между атомами. При этом, однако, эффективность накачки опять уменьшается на малых расстояниях, так как, подобно случаю двухуровневых атомов, эффективность переходов с изменением симметрии пропорциональна разности частот Раби действующих на атомы.

Список предложенных схем можно продолжить, например, схемой, где один из лазеров накачки расположен в симметричной геометрии, а другой в антисимметричной, или наоборот. Однако, общим для всех предложенных схем остается пренебрежение нерезонансным возбуждением либо симметричных, либо антисимметричных уровней Дике и верхнего уровня  $|33\rangle$  (на основании результатов раздела 2.3 можно ожидать, что это действительно можно сде-

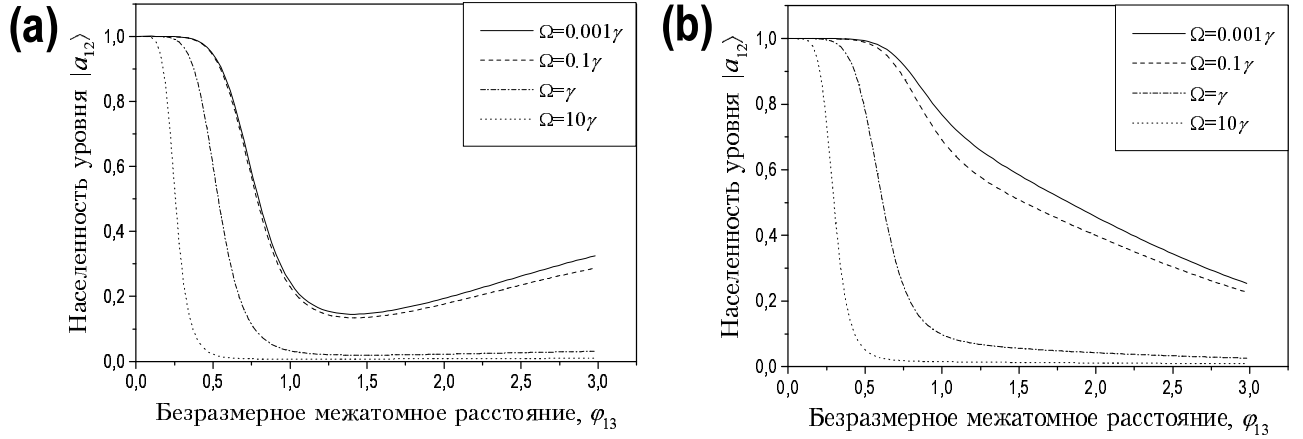


Рис. 12: Населенность максимально перепутанного состояния  $|a_{12}\rangle$  в стационарном решении уравнения (3.1 для двух вариантов схемы оптической накачки: симметричной (а) и антисимметричной (b).

лать), причем оставшиеся уровни образуют цепочку, соединенную лазерно-индуцированными переходами. При этом, как и в схеме генерации антисимметричного состояния в разделе 2.3, по мере приближения атомов возрастает время асимптотического перехода в искомое состояние, так как уменьшается либо скорость спонтанного распада в искомый уровень, либо эффективность лазерной накачки.

Точный расчет предложенной схемы заключается в нахождении стационарного состояния соответствующего уравнения Фоккера-Планка, т. е. нахождении нулевого собственного значения динамического супероператора, который, как уже отмечалось, представляется матрицей  $81 \times 81$ . Результаты таких расчетов представлены на рис. 12 для двух вариантов схемы оптической накачки, определяемых наборами лазерных параметров (3.10) и (3.11). В отличие от предложенных в других разделах схем, в схеме оптической накачки необходимо избегать высокой степени (взаимной) когерентности лазеров накачки, так как в противном случае придется учитывать наличие в системе темных состояний, связанных с эффектом когерентного пленения населенности [41], которые в этом случае также являются стационарными решениями уравнения Фоккера-Планка. Для этого в уравнение Фоккера-Планка (3.1) был введен дополнительный член, который соответствует упругой дефазировке перехода  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  исход-

ной  $\Lambda$ -системы, вызванной флуктуациями разности частоты двух составляющих бигармонической накачки,

$$\mathcal{L}_{\text{jitter}} \hat{\rho} = \Gamma_{12} \sum_{i,j=1,2} (2\sigma_z^{(i)} \hat{\rho} \sigma_z^{(j)} - \hat{\rho} \hat{\sigma}_z^{(i)} \hat{\sigma}_z^{(j)} - \hat{\sigma}_z^{(i)} \hat{\sigma}_z^{(j)} \hat{\rho}), \quad (3.12)$$

где  $\Gamma_{12}$  — скорость упругой дефазировки, а  $\sigma_z^{(i)} = n_{11}^{(i)} - n_{22}^{(i)}$  — оператор разности населенностей нижних уровней исходной  $\Lambda$ -системы  $i$ -го атома.

Как показывают результаты численных расчетов, приведенные на рис. 12, населенность уровня  $|a_{12}\rangle$ , т. е. надежность создания максимально-перепутанного состояния, монотонно убывает с ростом мощности полей бигармонической накачки, причем когда частота Раби  $\Omega$  полей накачки по порядку сравнивается с расщеплением РДВ  $\chi$ , происходит резкое падение надежности. Это связано с нарушением последнего неравенства в уравнениях (3.10) и (3.11). Таким образом, графики с наименьшим значением  $\Omega = 0.001\gamma$  лучше всего отображают общую надежность метода оптической накачки. При этом метод оптической накачки для антисимметричной геометрии оказывается наиболее эффективным из всех предложенных методов, так как позволяет реализовывать надежности на уровне 0.8 уже на расстояниях  $\varphi \approx 1$ .

## 4 Возможности экспериментальной реализации предложенных схем

Наиболее перспективным путем реализации предложенных схем, по-видимому, следует считать атомы в ионных или дипольных ловушках. В последнее время экспериментальные методы в этой области быстро развиваются и, например, ионные ловушки уже активно применяются для экспериментов в области квантовой теории информации (см., например, [44, 45]).

Как известно, атомы, захваченные в линейные радиочастотные ионные ловушки (ловушки Паули), выстраиваются в цепочку (см. рис. 13), так что при захвате двух атомов фактически реализуется рассмотренная в данной работе геометрия модели. Ввиду хорошей локализации ионов в ионных ловушках, приближение точечных фиксированных атомов также хорошо согласуется с экспериментальной ситуацией. Современное состояние экспериментальной

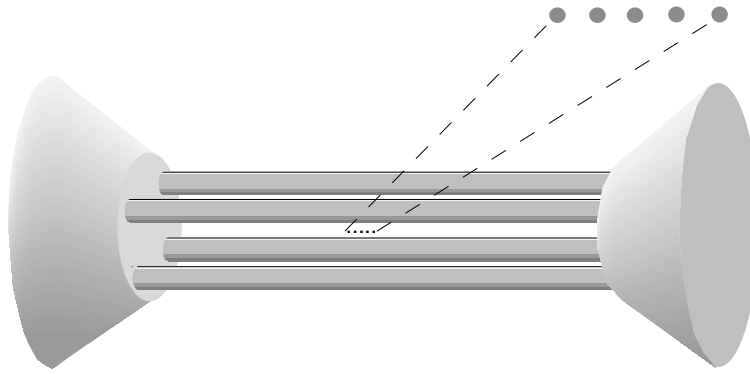


Рис. 13: Цепочка захваченных ионов в ловушке Паули.

техники позволяет реализовать межатомные расстояния порядка 1 мкм [46], однако можно надеяться, что вскоре будут достигнуты расстояния в доли мкм. При этом РДДВ станет определяющим фактором динамики внутренних состояний захваченных ионов [17], что позволит использовать предложенные в данной работе схемы.

Другая возможность реализации предложенных схем [29, 30] предоставляется дипольными ловушками, которые создаются тремя парами лазерных лучей, распространяющимися в противоположных направлениях (рис. 14(a)). Такая схема образует трехмерную стоячую волну (оптическую решетку) и соответствующую систему микропотенциальных ям эффективного дипольного потенциала с характерными размерами порядка длины волны. При этом атомы, находящиеся в ловушки, спонтанно разделяются на два сорта в зависимости от направления атомного спина [30], и каждый сорт чувствует “свой” потенциал. В общем случае эти потенциалы оказываются сдвинутыми относительно друг друга (рис. 14(b)), и сдвиг контролируется углом  $\theta$  между поляризациями образующих решетку лазерных пучков, который указан на рис. 14(a) для пучков, параллельных оси  $Z$ . При захвате атома в потенциальной яме такой системы область локализации его волновой функции (и в основном, и в термодинамически равновесных состояниях) всегда меньше половины длины волны. Если же мощность лазеров решетки достаточно велика, то область локализации может быть сделана гораздо меньше длины волны лазеров решетки. Для этого могут быть использованы, в том числе, и специальные методы охлаждения атомов в основное колебательное состояние с помощью комбинационного рассе-



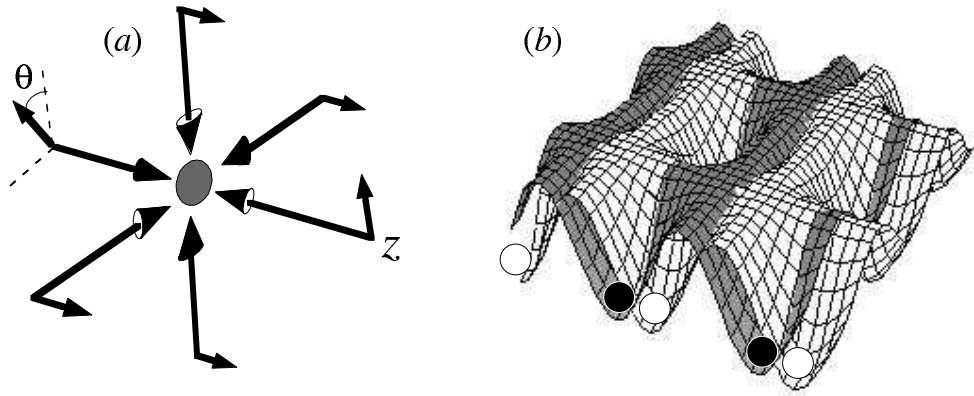


Рис. 14: (a) Геометрия лазерных пучков, образующих оптическую решетку. (b) Сдвинутые относительно друг друга потенциальные поверхности эффективного дипольного потенциала для двух сортов захваченных атомов.

яния [48]. Таким образом, мы опять приходим к случаю хорошо локализованных атомов, расстояние между которыми может эффективно контролироваться путем измерения угла между поляризациями пучков, распространяющихся в противоположных направлениях.

При построении строгих теоретических моделей, однако, нужно учитывать тот факт, что атомы в дипольных ловушках все же являются “размазанными” по всему объему локализации в микропотенциальной яме [30], а также то, что сложное распределение поляризации внутри объема локализации приводит к усреднению по направлениям атомных диполей в выражениях (2.3).

К сожалению, используемые в настоящее время техники охлаждения в дипольных ловушках до сих пор не позволили произвести долговременный захват нескольких атомов в одной микропотенциальной яме, но эта проблема, может быть решена в дальнейшем [47]. К тому же, дополнительным стимулом к реализации квантово-логических операций в оптических решетках является тот факт, что захват сразу многих атомов в оптической решетке позволяет проводить параллельные квантовые вычисления [49].

Произведем простую оценку мощности лазеров, создающих дипольной ловушку, необходимой для локализации атомов на заданном расстоянии. Усредненный по времени сдвиг уровней, вызванный нерезонансным взаимодействием с лазерным полем дипольной ловушки (оп-

тический штарковский сдвиг), может быть рассчитан во втором порядке теории возмущений:

$$\Delta E = \left\langle \sum_{j \neq i} \frac{|\langle j | \hat{\mathcal{H}}_I | i \rangle|^2}{\mathcal{E}_i - \mathcal{E}_j} \right\rangle_t, \quad (4.1)$$

где  $\hat{H}_I$  — гамильтониан взаимодействия с лазерным полем. В пределе больших отстроек частот лазеров ловушки от частот переходов рассматриваемой атомной системы выражение (4.1) может быть записано как эффективный дипольный потенциал [47]

$$U_{\text{dip}} \approx -\frac{3\pi c^2}{2\omega_l^3} \frac{\Gamma}{\Delta_l} I_l(\vec{r}), \quad (4.2)$$

где  $\Delta_l$  — отстройка частоты  $\omega_l$  лазеров ловушки от средней частоты  $\omega_A$  переходов рассматриваемой системы,  $\Gamma$  — скорость распада поляризации рассматриваемых переходов, а  $I_l(\vec{r})$  — интенсивность поля дипольной ловушки. Для дипольных ловушек на стоячих волнах (оптических решеток) с линейной поляризацией интенсивность имеет распределение

$$I_l(\vec{r}) = I_0(\sin^2 k_l z + \sin^2 k_l x + \sin^2 k_l y), \quad (4.3)$$

где  $k_l$  — волновое число лазеров решетки. Таким образом, вблизи минимума созданных микрорепотенциальных ям потенциал может быть аппроксимирован гармоническим

$$U_{\text{dip}} \approx -\frac{3\pi c^2}{2\omega_l^3} \frac{\Gamma}{|\Delta_l|} I_0 k_l^2 (\vec{r} - \vec{r}_0)^2. \quad (4.4)$$

При этом область локализации основного состояния соответствующего осциллятора имеет характерный размер в безразмерных координатах  $\varphi$ :

$$\varphi_{\text{loc}}^2 = \frac{k_A^2 \hbar}{k_l} \sqrt{\frac{\omega_A |\Delta_l|}{3\pi \Gamma I_0 m}}, \quad (4.5)$$

где  $m$  — масса используемых атомов.

Приняв следующие параметры для оптической решетки [47]:  $\lambda_A = 2\pi/\omega_A = 800$  нм,  $\Delta_l/\Gamma = 10^3$ ,  $m = 100$  а.е.м., получаем оценку необходимой интенсивности лазерного поля оптической решетки для локализации на расстоянии порядка  $\varphi_{\text{loc}}$ :

$$I_{\text{loc}} \approx \frac{\lambda_l^2}{\lambda_A^2 \varphi_{\text{loc}}^4} \times 6/2. \quad (4.6)$$

Если один и тот же переход используется и для захвата атома в дипольной ловушке, и для генерации перепутанных состояний, то  $\lambda_l = \lambda_A$ , и для достижения локализации на расстояниях порядка  $\varphi_{\text{loc}} = 0.1$  (что достаточно для наблюдения нарушений неравенств Белла в схеме оптической накачки) необходимо сфокусировать лазерную мощность в 600 мВт на площадь в 1 мм<sup>2</sup>. Как видно из приведенной оценки (4.6), для достижения более высокой степени локализации вместо дальнейшего увеличения лазерной мощности можно использовать в качестве рабочих более длинноволновые переходы. Точный теоретический расчет необходимой мощности должен учитывать явный вид волновых функций рассматриваемого трехмерного осциллятора [30] и их изменения, вызванные возмущающим действием РДДВ, а также распределение поляризации поля решетки внутри микропотенциальной ямы.

## 5 Заключение

В результате проведенной работы предложено несколько методов создания перепутанных состояний в системе дипольно взаимодействующих атомов.

На простейшей модели двух дипольно-взаимодействующих двухуровневых атомов проиллюстрирована основная идея использования резонансного диполь-дипольного взаимодействия для создания перепутанных состояний с помощью когерентных лазерных импульсов. Произведен точный расчет надежностей процесса создания максимально перепутанных состояний, который показывает, что при локализации атомов на расстояниях менее одной пятнадцатой длины волны рабочих переходов возможно создание перепутанных состояний, нарушающих неравенства Белла, а при устремлении межатомного расстояния к нулю надежность создаются искомые максимально перепутанные состояния.

Рассмотрены обобщения предложенной идеи на случай трехуровневых атомов в  $\Lambda$ -конфигурации, где в результате процедуры перепутывания создаются стабильные по отношению к радиационному распаду перепутанные состояния нижних подуровней  $\Lambda$ -системы. Показано, что для этой цели могут быть использованы как когерентные (рамановские импульсы, СТИ-РАП), так и некогерентные (оптическая накачка) процессы. Для методов оптической накачки

и адиабатического переноса проведены численные расчеты их эффективности, которые показывают, что надежности создания максимально перепутанных состояний на уровне 0.8 могут быть достигнуты при локализации атомов на расстояниях уже порядка одной шестой длины волны рабочего перехода. При этом метод оптической накачки представляет особый интерес с точки зрения экспериментальной реализации, так как этот метод весьма не критичен в отношении параметров используемого лазерного поля.

В работе также обсуждена возможность реализации предложенных схем в ионных и дипольных ловушках, где в ближайшие несколько лет технология манипулирования атомами и ионами в ловушках, по-видимому, достигнет уровня, необходимого для реализации предложенных схем создания перепутанных состояний.

## Литература

- [1] А. Садбери. *Квантовая механика и физика элементарных частиц*. — М.: Мир, 1989, 487 с., глава 5.
- [2] См., например: W. Tittel, J. Brendel, H. Zbinden, N. Gisin. *Violation of Bell inequalities by photons more than 10 km apart.* // Phys. Rev. Lett., 1998, v. **81**, pp. 3563-3566, quant-ph/9806043; Paul. G. Kwiat, Klaus Mattle, Harald Weifurter, and Anton Zeilinger, Alexander V. Sergienko and Yanhua Shih. *New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs.* // Phys. Rev. Lett., 1995, v. **75**, pp. 4337-41.
- [3] J. Preskill, *Lecture notes on Physics 229: Quantum information and computation*, located at the Caltech web site <http://www.theory.caltech.edu/people/preskill/ph229/>.
- [4] См., например, обзор: Andrew Steane. *Quantum computing.* // Rep. Prog. Phys., 1998, v. **61**, pp. 117-73, quant-ph/9708022.
- [5] См., например, обзор: Samuel J. Lomonaco. *A Quick Glance at Quantum Cryptography.* // Cryptologia, 1999, v. **23**, pp. 1-41, quant-ph/9811056.
- [6] Charles H. Bennett, Gilles Brassard, Claude Crepeau, Richard Jozsa, Asher Peres, and William K. Wootters. *Teleporting and unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels.* // Phys. Rev. Lett., 1993, v. **70**, pp. 1895-98.
- [7] H. Barnum, E. Knill, M. A. Nielsen. *On quantum fidelities and channel capacities.* quant-ph/9809010.; Charles H. Bennett, David P. DiVincenzo, John A. Smolin, William K. Wootters. *Mixed State Entanglement and Quantum Error Correction,* // Phys. Rev. A, 1996, v. **54**, pp. 3824-51, quant-ph/9604024.
- [8] D.J. Wineland, J.J. Bollinger, and W.M. Itano, D.J. Heinzen. *Squeezed atomic states and projection noise in spectroscopy.* // Phys. Rev. A, 1994, v. **50**, pp. 67-88.; S.F. Huelga, C. Macchiavello, T.Pellizzari, and A. Ekert, M.B. Plenio, J.I. Cirac. *Improvement of frequency standards with quantum entanglement.* // Phys. Rev. Lett., 1997, v. **79**, pp. 3865-68.
- [9] См., например, Andrew M. Childs, John Preskill, Joseph Renes, *Quantum information and precision measurement.* // quant-ph/9904021.
- [10] Л.Д. Клышко. *Фотоны и нелинейная оптика*. — М.: Наука, 1980, 256 с.
- [11] M. B. Plenio, S. F. Huelga, A. Beige, P. L. Knight. *Cavity loss induced generation of entangled atoms.* // Phys. Rev. A, 1999, v. **59**, pp. 2468-75, quant-ph/9811003.
- [12] C. Cabrillo, J.I. Cirac, P. Garcia-Fernandez, and P. Zoller. *Creation of entangled states of distant atoms by interference.* // Phys. Rev. A, 1999, v. **59**, pp. 1025-33, quant-ph/9810013.
- [13] D. Jaksch, H.-J. Briegel, J.I. Cirac, C.W. Gardiner, and P. Zoller. *Entanglement of atoms via cold controlled collisions.* // Phys. Rev. Lett., 1999, v. **82**, pp. 1975-8, quant-ph/9810087.
- [14] E. S. Fry, T. Walther, and S. Li. *Proposal for a loophole-free test of the Bell inequalities.* // Phys. Rev. A., 1995, v. **52**, pp. 4381-95.
- [15] Q. A. Turchette, C. S. Wood, B. E. King, C. J. Myatt, D. Leibfried, W. M. Itano, C. Monroe, D. J. Wineland. *Deterministic entanglement of two trapped ions.* // Phys. Rev. Lett., 1998, v. **81**, pp. 3631-34, quant-ph/9806012.
- [16] D. Deutsch, A. Barenco, A. Ekert. *Universality in Quantum Computation.* // Proc. Roy. Soc. London A, 1995, v. **449**, pp. 669-77, quant-ph/9505018.

- [17] A. Beige, S.F. Huelga, P.L. Knight, M.B. Plenio and C.R. Thompson. *Coherent manipulation of two dipole-interacting atoms.* // quant-ph/9903059.
- [18] А.В. Андреев, В.И. Емельянов, Ю.А. Ильинский. *Кооперативные процессы в оптике.* — М.: Наука, 1988, 286 с.
- [19] R. G. DeVoe and R. G. Brewer. *Observation of superradiant and subradiant spontaneous emission of two trapped ions.* // Phys. Rev. Lett., 1996, v. **76**, pp. 2049-52.
- [20] R.G. Brewer. *Two-ion superradiance theory.* // Phys. Rev. A, 1995, v. **52**, pp. 2965-2970.
- [21] G.S. Agarwal and L.M. Narducci, E. Apostolidis. *Effects of dispersion forces in optical resonance phenomena.* // Opt. Comm., 1981, v. **36**, pp. 285-290.
- [22] Georg Lenz and Pierre Meystre. *Resonance fluorescence from two identical atoms in a standing wave field.* // Phys. Rev. A, 1993, v. **48**, pp. 3365-74.
- [23] Gershon Kurizki and Abraham Ben-Reuven. *Theory of cooperative fluorescence from products of reactions or collisions: Identical neutral atomic fragments.* // Phys. Rev. A, 1987, v. **36**, pp. 90-104.
- [24] Gershon Kurizki and Gabriel Hose, Abraham Ben-Reuben. *Cooperative fluorescence in nonadiabatic dissociation of alkali atoms.* // Phys. Rev. A, 1988, v. **38**, pp. 6433-36.
- [25] Almut Beige and Gerhard C. Hegerfeldt. *Transition from antibunching to bunching for two dipole-interacting atoms.* // Phys. Rev. A, 1998, v. **58**, pp. 4133-9, quant-ph/9806037.
- [26] A.M. Smith and K. Burnett. *Effects of long-range collisions between atoms on laser cooling.* // J. Opt. Soc. Am. B, 1991, v. **8**, pp. 1592-1611.
- [27] E.V. Goldstein, P. Pax and P. Meystre. *Dipole-dipole interaction in three-dimensional optical lattices.* // Phys. Rev. A, 1996, v. **53**, pp. 2604-15.
- [28] Adriano Barenco, David Deutsch, Arthur Ekert, Richard Jozsa. *Conditional quantum dynamics and logic gates.* // Phys. Rev. Lett., 1995, v. **74**, pp. 4083-6, quant-ph/9503017.
- [29] Gavin K. Brennen, Carlton M. Caves, Poul S. Jessen and Ivan H. Deutsch. *Quantum logic gates in optical lattices.* // Phys. Rev. Lett., 1999, v. **82**, pp. 1060-3, quant-ph/9806021.
- [30] G. K. Brennen, I. H. Deutsch, P. S. Jessen. *Entangling Dipole-Dipole Interactions and Quantum Logic in Optical Lattice.* // quant-ph/9910031.
- [31] B.E. Kane. *A silicon-based nuclear spin quantum computer.* // Nature, 1998, v. **393**, pp. 133-137.
- [32] А.С. Давыдов. *Теория твердого тела.* — М.: Наука, 1976, 640 с.
- [33] Jens Eisert, Martin B. Plenio. *A comparison of entanglement measures.* // quant-ph/9807034.
- [34] Б.А. Гришанин. *Квантовая электродинамика для радиофизиков.* — М.: Издательство Московского Университета, 1981, 127 с.
- [35] В.А. Grishanin, V.N. Zadkov. *Natural capacity of a system of two two-level atoms as a quantum information channel.* // Laser Physics, 1998, v. **8**, pp. 1074-80.
- [36] H. Wallis. *Quantum theory of atomic motion in laser light.* // Phys. Rep., 1995, v. **255**, pp. 203-287.

- [37] Almut Beige, Gerhard C. Hegerfeldt. *Cooperative effects in the light and dark periods of two dipole-interacting atoms.* // Phys. Rev. A, 1999, v. **59**, pp. 2385-91, quant-ph/9903034.
- [38] И.Р. Шен. *Принципы нелинейной оптики.* — М.: Наука, 1989, 557 с.
- [39] См. обзор: William Happer. *Optical pumping.* // Rev. Mod. Phys., 1972, v. **44**, pp. 169-249.
- [40] См. обзор: K. Bergmann, H. Theuer, and B. W. Shore. *Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules.* // Rev. Mod. Phys., 1998, v. **70**, pp. 1003-26.
- [41] См. обзор: Ennio Arimondo. *Coherent population trapping in laser spectroscopy.* // Progress in Optics, 1996, v. **35**, pp. 257-354.
- [42] T. Pellizzari, S.A. Gardiner, J.I. Cirac, and P. Zoller. *Decoherence, Continuous Observation, and Quantum Computing: A Cavity QED Model.* // Phys. Rev. Lett., 1995, v. **75**, pp. 3788-91.
- [43] N. V. Vitanov, S. Stenholm. *Adiabatic population transfer via multiple intermediate states.* // quant-ph/9903096.
- [44] C. Monroe, D.M. Meekhof, B.E. King, W.M. Itano, and D.J. Wineland. *Demonstration of a fundamental logic gate.* // Phys. Rev. Lett., 1995, v. **75**, pp. 4714-17.
- [45] R. J. Hughes, D. F. James, J. J. Gomez et al. *The Los Alamos Trapped Ion Quantum Computer Experiment.* // Fortschr. Phys., 1998, v. **46**, pp. 329-61, quant-ph/9708050.
- [46] См. обзор: D. J. Wineland, C. Monroe, W. M. Itano, D. Leibfried, B. E. King, D. M. Meekhof. *Experimental issues in coherent quantum-state manipulation of trapped atomic ions.* // J. Res. Natl. Inst. Stand. Tech., 1998, v. **103**, p. 259, quant-ph/9710025.
- [47] См. недавний обзор: Rudolf Grimm, Matthias Weidemuller, Yurii B. Ovchinnikov. *Optical dipole traps for neutral atoms.* // Adv. Atom. Mol. Opt. Phys., 2000, v. **42**, pp. 95-170, physics/9902072.
- [48] S. E. Hamann, D. L. Haycock, G. Klose, P. H. Pax, I. H. Deutsch, P. S. Jessen. *Resolved-sideband Raman cooling to the ground state of an optical lattice.* // Phys. Rev. Lett., 1998, v. **80**, pp. 4149-4152.
- [49] H.-J. Briegel, T. Calarco, D. Jaksch, J. I. Cirac, P. Zoller. *Quantum computing with neutral atoms.* // quant-ph/9904010.