МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. М.В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ И ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ

Спектроскопия когерентных темных резонансов в многоуровневых атомах на примере паров самария

Дипломная работа

студентки 625 группы

Ю.В. Владимировой

"Допущена к защите"

"20" декабря 2002 г.

зав. кафедрой ОФиВП

проф. В. А. Макаров

Научный руководитель:

к.ф.-м.н., доцент

Б. А. Гришанин

Москва 2002

Аннотация

Предложена универсальная теория для расчета резонансов когерентного пленения населенности (КПН) в многоуровневых атомах, позволяющая рассчитывать произвольные схемы многоуровневых атомов и их возбуждения с учетом эффектов релаксации в них, приложенного магнитного поля и эффекта Допплера. Результаты экспериментов по высокопрецизионной диодной спектроскопии когерентных темных резонансов в парах самария систематически проанализированы с помощью данной теории. В отсутствии магнитного поля, модель самария основана на рассмотрении вырожденной Λ -системы на активных переходах $4f^66s^2(^7F_0) \leftrightarrow 4f^6(^7F)6s6p(^3P^o)^9F_1^o \leftrightarrow 4f^66s^2(^7F_1)$, которая с учётом четвертого уровня $4f^66s^2(^7F_2)$, играющего роль резервуара, становится открытой системой. Численное моделирование резонансов КПН показывает, что открытый характер системы уменьшает контраст резонансных кривых в спектрах поглощения, не меняя ширины самих резонансов. Анализ системы выполнен также для случаев наложения внешнего продольного/поперечного магнитного поля, для которых показана адекватность 7-и и 12уровневых моделей атомных переходов, соответственно.

Содержание

1	Введение					
2	Явление когерентного пленения населенностей и его применение в различных приложениях					
	2.1	Эффе	кт КПН в Л-системе	7		
	2.2	Атомн	ные системы для наблюдения КПН	11		
	2.3	Преци	изионные измерения с использованием когерентных темных состояний.	12		
		2.3.1	Эффекты, ответственные за сдвиг частоты	12		
	2.4	Магне	стометрия	15		
		2.4.1	Принцип измерения	15		
		2.4.2	Преимущество магнетометров на резонансах КПН	16		
		2.4.3	Отношение g-факторов	17		
3	Выб	бор исс	ледуемой модели и постановка задачи.	18		
4	Мат	гематич	еская техника расчета эффекта КПН в многоуровневых системах	19		
	4.1 Расчет лиувиллиана <i>N</i> -уровневого атома с использованием символического					
		предс	гавления	21		
	4.2	Расче	т эффекта КПН в <i>N</i> -уровневом атоме	24		
5	Уче	т эффе	кта Допплера	25		
6	Экс	перим	ентальная регистрация резонансов КПН в парах самария	25		
7	КПІ	Н в рам	ках четырехуровневой модели	29		
8	Результаты моделирования спектров КПН в парах самария					
	8.1	Tpexy	ровневая Л-система	31		
	8.2	Четыр	рехуровневая Л-система	32		
		8.2.1	Зависимость резонанса КПН от скорости распада на уровень $4f^66s^2(^7F_1)$	32		
		8.2.2	Зависимость резонанса КПН от скорости распада и скорости оптиче-			
			ской накачки уровня 2	33		
		8.2.3	Зависимость резонанса КПН от скорости дефазировки нижних уровней	34		

	8.3 Модификация спектров в магнитном поле				
		8.3.1	Случай продольного магнитного поля	36	
		8.3.2	Случай поперечного магнитного поля	39	
9	Зак	лючени	ie	40	
A	Особенности резонансов КПН на фоне допплеровски уширенной линии в маг-				
	ниті	ных по.	лях	42	
	A.1	Случа	й продольного магнитного поля	42	
	A.2	Случа	й поперечного магнитного поля	45	

1 Введение

Взаимодействие электромагнитного поля с атомом является одной из наиболее фундаментальных проблем квантовой оптики. Известно, что многоуровневые атомы проявляют здесь существенно более широкий спектр эффектов, чем двухуровневые атомы (ДА), за счет индуцированной полем когерентности между атомными состояниями и квантовой интерференции. Трехуровневые системы, реализуемые в Λ -, Ξ - и V-конфигурациях, играют важную роль для изучения этих эффектов, являясь промежуточной по сложности системой между ДА и многоуровневыми атомами. В них наблюдается целый ряд новых эффектов, из которых когерентное пленение населенности (КПН) является одним из самых интригующих явлений, интенсивно исследовавшихся экспериментально и теоретически (см. обзор [1] и список ссылок в нем). Эффект КПН наиболее ярко проявляется в трехуровневой системе с двумя близкими долгоживущими уровнями и третьим удаленным от них уровнем (Л- или V-система), возбужденной двумя непрерывными лазерными полями, так что удаленный уровень оптически "связан" с двумя другими уровнями. Настройка возбуждающих систему полей в резонанс с ее дипольными переходами приводит к пленению населенности системы в когерентной суперпозиции двух близкорасположенных уровней. В спектрах рамановского поглощения этот эффект проявляется в виде очень узкого провала на фоне линии поглощения, а в спектрах резонансной флуоресценции он наблюдается как отсутствие эмиссии, что и дало название "темный (или КПН-) резонанс".

Явление КПН в настоящее время широко используется в различных приложениях, таких как магнетометрия, метрология и др. [2–6]. Со времени первого наблюдения резонанса КПН в парах натрия [2] большинство экспериментальных исследований резонансов КПН было выполнено со щелочными атомами [1, 7], у которых в качестве нижних уровней А-системы использовались сверхтонкие компоненты основного состояния с характерным расщеплением в несколько ГГц. Большое время жизни когерентной суперпозиции нижних состояний атомов щелочных металлов делает возможным регистрацию контрастных и высокодобротных резонансов КПН благодаря: а) наличию прецизионных стабильных лазерных систем, перестраиваемых в области резонансного перехода и б) относительно простотой фазовой привязки возбуждающих световых полей. Так, в чистых парах цезия зарегистрированы резонансы с шириной около 10 кГц [7]. Дальнейшее уменьшение ширины резонанса возможно при введении в ячейку инертного буферного газа (Ne, He, Ar) при давлении несколько кПа за счёт увеличения

времени нахождения атомов в световом пучке при сохранении когерентности суперпозиционного состояния нижних уровней, слабо дефазируемых столкновениями с атомами буферного газа. В частности, для комбинации цезий—неон достигнута рекордно узкая ширина резонанса порядка 50 Гц [7].

Для атомов редкоземельных элементов специфика КПН связана с тем, что характерное расстояние между компонентами тонкой структуры, используемых в качестве нижних уровней Λ-системы, существенно превышает сверхтонкое расщепление основного состояния щелочных атомов и составляет 10–100 ТГц. При этом характерное время спонтанного распада этих уровней обусловлено магнитодипольными переходами и составляет несколько секунд, что не является препятствием для наблюдения сверхузких резонансов. Эти уровни также слабочувствительны к атомным столкновениям, поскольку они хорошо заэкранированы внешней замкнутой оболочкой. С учётом этого, атомы редкоземельных элементов также являются перспективными для использования в метрологических приложениях, например, для создания вторичного стандарта частоты (см., например, [8]). Одним из наиболее перспективных для метрологических приложений является атом самария, схема уровней которого является существенно более простой по сравнению с атомом цезия, особенно в приложенных магнитных полях. Именно поэтому, он и был нами выбран в качестве "пробного камня" для проверки разработанной нами общей теории КПН в многоуровневых атомах.

Теоретически явление КПН подробно изучено в рамках трехуровневой модели [1], позволяющей выполнить расчёты в аналитической форме. Для случая многоуровневых систем эта простая модель, однако, значительно усложняется, в результате чего её аналитическое исследование в большинстве случаев становится невозможными. В настоящей работе представлена общая теоретическая модель для численного анализа спектров КПН в атомах с произвольным числом уровней и выполнено её сравнение с экспериментальными данными для самария [9].

В разделе 2 дается общее описание КПН в рамках трехуровневой модели А-системы, которая является простейшей моделью эффекта КПН, а также описание применения даноого явления в различных приложениях. В разделе 3 обсуждается цель работы и постановка задачи. Раздел 4 содержит описание общей математической техники расчёта стационарных состояний активных атомов и соответствующих населенностей уровней, коэффициентов поглощения и дисперсии приложенных полей в приложении к спектроскопии темных резонансов. В

разделе 5 описана методика учета эффекта Допплера при расчете поглощения среды. В разделе 6 приводится описание эксперимента по исследованию КПН в парах атомов самария. Для атомов самария полный учет зеемановской структуры уровней, задействованных в процессе формирования резонансов КПН, требует использования 12-уровневой модели, однако уже существенно более простая 4-уровневая система дает хорошее качественное соответствие с экспериментальными данными. В разделе 7 даётся общее описание этой модели и параметров, необходимых для проведения расчетов и их сравнения с экспериментальными результатами. В разделе 8 излагаются результаты расчета поглощения для случаев отсутствия магнитного поля и наложения продольного и поперечного магнитных полей, а также выполняется сравнение полученных результатов с экспериментальными данными. В разделе 9 сформулированы основные выводы. В приложении А рассматриваются особенности резонансов КПН на фоне допплеровски уширенной линии в продольном и поперечном магнитных полях.

2 Явление когерентного пленения населенностей и его применение в различных приложениях

2.1 Эффект КПН в Л-системе

В простейшей трехуровневой системе атомных переходов в Λ -конфигурации два нижних долгоживущих уровня $|1\rangle$ и $|2\rangle$ с частотным расщеплением Δ связаны с верхним возбужденным энергетическим уровнем $|3\rangle$ двумя световыми полями (рис. 1). Если переход $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ в дипольном приближении запрещен и два поля $E_1 \exp(-i\omega_{L1}t - i\varphi_1)$, $E_2 \exp(-i\omega_{L2}t - i\varphi_2)$ находятся в резонансе с соответствующими переходами $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, то в результате квантовой интерференции формируется узкий резонанс КПН. Он проявляется в спектре поглощения как резкий минимум, когда одно из действующих полей, например ω_{L1} , сканируется и рамановская расстройка $\delta_R = \omega_{L1} - \omega_{L2} - \Delta$ проходит через соответствующее точному резонансу нулевое значение.

Для более наглядного описания природы данного физического процесса атомную систему рассматривают в различных базисах. В частности, вместо основных состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$ удобно ввести их симметричную и антисимметричную линейные комбинации $|\pm\rangle$:

$$|+\rangle = (\Omega_{R1}^*|1\rangle + \Omega_{R2}^*|2\rangle)/\Omega_{\text{eff}}, \quad |-\rangle = (\Omega_{R2}|1\rangle - \Omega_{R1}|2\rangle)/\Omega_{\text{eff}},$$



Рис. 1: Схема трехуровневого атома в Λ -конфигурации, возбуждаемого двумя лазерными полями с частотами ω_{L1} и ω_{L2} . Ω_{13} и Ω_{23} — частоты Раби, соответствующие полям накачки; δ_L , δ_R — расстройка резонанса на переходе $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ и рамановская расстройка, соответственно; γ_{31} , γ_{32} — скорости радиационного распада возбужденного состояния на уровни $|1\rangle$, $|2\rangle$; γ_{21} , w_{12} , — скорости распада и тепловой накачки уровня $|1\rangle$ через уровень $|2\rangle$; Γ_{13} , Γ_{23} , Γ_{12} скорости дефазировки переходов $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ и $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$.

где $\Omega_{Rk} = -d_{3k}E_k/\hbar$ (k = 1, 2) — частоты Раби, определяемые через соответствующие дипольные моменты $d_{3k} = -e\langle 3|r|k\rangle$; $\Omega_{\text{eff}} = \sqrt{|\Omega_{R1}|^2 + |\Omega_{R2}|^2}$ — эффективная частота Раби, а фазы состояний $|1\rangle$, $|2\rangle$ совпадают с фазами лазерных полей.

Когда расщепление Δ между уровнями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ не равно нулю, новые состояния $|+\rangle$ и $|-\rangle$ не являются собственными состояниями энергии, однако зависят от времени:

$$|+\rangle(t) = \frac{1}{\Omega_{\text{eff}}} e^{-i\Omega_1 t} (\Omega_{R1}^* |1\rangle + e^{-i\Delta t} \Omega_{R2}^* |2\rangle)$$
(1)

$$|-\rangle(t) = \frac{1}{\Omega_{\text{eff}}} e^{-i\Omega_1 t} (\Omega_{R2} |1\rangle + e^{-i\Delta t} \Omega_{R1} |2\rangle).$$
(2)

В приближении вращающихся волн (ПВВ) электро-дипольный оператор взаимодействия, связывающий основное и возбужденное состояния, выглядит следующим образом:

$$V_{\rm dip} = \frac{\hbar\Omega_{R1}}{2} e^{-i\omega_1 t - i\varphi_1} |3\rangle \langle 1| + \frac{\hbar\Omega_{R2}}{2} e^{-i\omega_2 t - i\varphi_2} |3\rangle \langle 2| \tag{3}$$

так, что при $\Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ матричный элемент дипольного перехода в возбужденное состояние

$$\langle 3|V_{\rm dip}|+\rangle = \frac{\hbar}{2\Omega_{\rm eff}} e^{-i(\Omega_1+\omega_1)t-i\varphi_1} \left(|\Omega_{R1}|^2 + |\Omega_{R2}|^2 e^{i\delta_R t+i\Delta\varphi} \right) \tag{4}$$

$$\langle 3|V_{\rm dip}|-\rangle = \frac{\hbar\Omega_{R1}\Omega_{R2}}{2\Omega_{\rm eff}} e^{-i(\Omega_1+\omega_1)t-i\varphi_1} \left(1-e^{i\delta_R t+i\Delta\varphi}\right) \tag{5}$$

В случае, когда разность частот двух световых полей совпадает с величиной расщепления основного состояния $\delta_R = 0$, и соответствующая относительная фаза $\Delta \varphi = 0$, возможны переходы только из состояния $|+\rangle$:

$$\langle 3|V_{\rm dip}|+\rangle = \frac{\hbar\Omega_{\rm eff}}{2}e^{-i(\Omega_1+\omega_1)t-i\varphi_1} \tag{6}$$

Матричный элемент электродипольного оператора взаимодействия, связывающий основное и возбужденное состояния, для состояния $|-\rangle$ при нулевой рамановской расстройке обращается в ноль: $\langle 3|V_{dip}|-\rangle \propto (1-e^{i\delta_R t}) \xrightarrow{\delta_R \to 0} 0$. В этом состоянии, называемым *тёмным*, за счёт радиационного распада оказывается сосредоточенной подавляющая часть атомной населенности, вследствие чего интенсивность флуоресценции почти полностью подавляется. Данный процесс оптической накачки в когерентное темное состояние называется *когеренттным пленением населенностией*. Когерентная природа КПН проявляется в зависимости тёмного состояния от фаз лазерных полей. Если относительная фаза двух световых волн изменяется от нуля до π , то состояние $|-\rangle$ становится "светлым", а $|+\rangle$ становится "темным" для равных частот Раби. Т.е. обязательно требуется стабилизировать относительную фазу, иначе происходит постоянная перекачка населенности из $|+\rangle$ в $|-\rangle$, из $|-\rangle$ в $|+\rangle$, и т. д. Следовательно, фазовые флуктуации действующих полей могут уменьшать или даже разрушать КПН, и необходима стабилизация относительной фазы лазерных полей. Другие процессы декогерентности и допплеровское уширение могут также вносить деструктивный вклад в формирование КПН.

Экспериментально регистрируемая ширина линии определяется стабильностью отстройки δ_R и разности фаз $\Delta \varphi$, а также доплеровским уширением, время-пролетным уширением, штарковским уширением (уширение световым полем и внешними полями), уширением в неоднородных магнитных полях и ударным уширением. В экспериментах с щелочными атомами удается с высокой точностью стабилизировать $\Delta \varphi$, например модулируя лазер с частотой, соответствующей Δ . В случае использования двух независимых диодных лазеров в режиме свободной генерации можно рассчитывать на наблюдение резонансов КПН с шириной порядка нескольких мегагерц.

Малая ширина линии темного резонанса делает эффект когерентного пленения населенностей интересным для прецизионных приложений. Важным параметром является время жизни когерентности основного состояния, ответственное за эффект пленения. Поскольку для щелочных атомов состояния |1> и |2> имеют одинаковую четность, то преобладающим процессом радиационного распада является магнито-дипольный переход, связывающий состояния



Рис. 2: Сходство и различие между темными резонансами и резонансами в радиочастотной области [11].

 $|1\rangle$ и $|2\rangle$, со спонтанным временем жизни. Эта вероятность перехода пренебрежимо мала, поэтому, в экспериментах, основными параметрами, определяющими наблюдаемую ширину линии являются: стабильность $\Delta \omega$ и $\Delta \varphi$, допплеровское уширение, энергетическое уширение, столкновения и внешние поля. В многоуровневых атомах когерентность также может быть разрушена путем оптического возбуждения в дополнительное возбужденное состояние через однофотонное поглощение. Кроме того процессы более высокого порядка, например четырехфотонный процесс, могут дать небольшой вклад в специальных условиях эксперимента [10]. Некоторые из этих эффектов также вызывают сдвиг резонансной частоты, что влияет на результат прецизионных экспериментов.

Характеристики резонанса КПН определяются поведением когерентности сверхтонкого основного состояния, индуцированной двумя световыми полями. Подобные когерентности долго изучались в радиочастотной спектроскопии. Поэтому чаще всего справедливо естественное предположение, что физические принципы, лежащие в основе резонансов КПН и резонансов в радиочастотной области подобны. Например, это верно в отношении сечений релаксационных процессов и систематических эффектов, как будет показано далее, хотя между ними все же имеются определенные различия (рис.2). Поскольку для того, чтобы связать два основных состояния в темный резонанс, используется два фотона, то возможно индуцировать когерентности с $\Delta m = 0, \pm 1, \pm 2$, в отличие от стандартного (однофотонного) радиочастотно-го возбуждения, где возможны только $\Delta m = 0, \pm 1$. Это становится наглядным, например, в малых магнитных полях, которые снимают вырождение нижних магнитных подуровней.

Отдельным преимуществом темного резонанса является то, что могут быть использованы оптические волокна для доставки возбуждающего излучения к образцу. Это особенно важно для чувствительных магнетометров, т.к. все магнитные и электрические компоненты долж-

ны быть удалены из изучаемого объема, следовательно, можно достичь микрометрического пространственного разрешения при оптическом возбуждении, в отличие от сантиметрового разрешения в радиочастотных экспериментах.

2.2 Атомные системы для наблюдения КПН

Впервые резонанс КПН наблюдался в парах атома натрия [2]. До настоящего времени большинство экспериментальных исследований резонансов КПН было выполнено со щелочными атомами, у которых в качестве нижних уровней Λ -системы использовались сверхтонкие компоненты основного состояния с типичным расщеплением в несколько ГГц. Электро-дипольные переходы между компонентами сверхтонкой структуры запрещены, поэтому радиационный распад пренебрежимо мал. Большое время жизни (тысячи лет) атомов щелочных металлов в когерентной суперпозиции нижних состояний способствует возникновению КПН. Возможность регистрации контрастных и высокодобротных резонансов КПН в щелочных атомах обусловлена следующим: 1) наличием прецизионных стабильных лазерных систем, перестраиваемых в области резонансного перехода и 2) относительно простой фазовой привязкой световых полей E₁ и E₂. Так, в чистых парах цезия зарегистрированы резонансы с шириной около 10 кГц [11]. Дальнейшее уменьшение ширины резонанса возможно при введении в ячейку инертного буферного газа (Ne, He, Ar) при давлении нескольких кПа. Частые столкновения с атомами буферного газа препятствуют свободному движению атомов через световой пучок так, что время взаимодействия со светом возрастает на порядки. При этом столкновения с буферным газом практически не нарушают когерентность, благодаря чему происходит сильное сужение резонанса. Так в ячейке, содержащей цезий и неон в качестве буферного газа, достигнута ширина резонанса порядка 50 Гц [11]. Также, в случае атомов цезия, для сохранения когерентности используются ячейки, стенки которых покрыты парафином или органосиланами. Такое покрытие снижает вероятность разрушения когерентного состояния при столкновении атома со стенкой в сотни и даже тысячи раз.

Редкоземельные атомы также используются при наблюдении КПН, это обусловлено тем, что в редкоземельных атомах характерное расстояние между компонентами тонкой структуры конфигурации существенно превышает сверхтонкое расщепление основного состояния щелочных атомов и составляет 10-100 ТГц, в то время, как характерное время спонтанного распада этих уровней за счет магнитодипольных переходов составляет несколько секунд. Ре-

зонансы КПН в А-системе, нижними уровнями которой являются компоненты тонкой структуры в редкоземельном атоме также обладают высокой потенциальной добротностью. Уровни тонкой структуры в редкоземельных атомах также слабочувствительны к атомным столкновениям, поскольку они хорошо заэкранированы внешней замкнутой оболочкой. Таким образом, свойства резонансов КПН в редкоземельных атомах открывает перспективу их использования в метрологических приложениях, например, для создания вторичного стандарта частоты.

2.3 Прецизионные измерения с использованием когерентных темных состояний

Узкие резонансы КПН, полученные с помощью оптических устройств можно использовать для прецизионных измерений, основанных на детектировании частотных сдвигов. Например, зеемановские сдвиги линий темного резонанса можно детектировать даже для очень слабых магнитных полей (пТ). С другой стороны в сильных магнитных полях положение зеемановских компонент темного резонанса зависит не только от электронного, но и от ядерного магнитного момента основного состояния атома. Анализируя положения зеемановских компонент в этом случае можно с высокой точностью определить отношение g_I/g_J ядерного и электронного g-факторов. Если же экранировать ячейку от магнитных полей, то положение невозмущенного резонанса может служить маркером частоты и использоваться в компактных атомных часах.

При высокой точности детектирования частотных сдвигов важно избежать систематических ошибок, т.е. паразитных сдвигов резонансной линии, вызываемых различными физическими явлениями. На положение резонанса оказывают влияние давление и атомные свойства буферного газа, интенсивность действующих лазерных полей и даже вращение Земли.

2.3.1 Эффекты, ответственные за сдвиг частоты

Для определения положения резонанса выбирается рабочая точка на резонансной кривой, например на половине высоты пика пропускания. При точном определении положения резонанса следует различать два типа эффектов, сдвигающих частоту линии. В первом случае сдвиг рабочей точки обусловлен сдвигом центра резонансной линии, во втором случае ее сдвиг обусловлен уширением линии без смещения ее центра. При этом уширение может происходить как с сохранением силы линии (при неоднородностях магнитного поля), так и без

него (при энергетическом уширении). Например, при энергетическом уширении, для цезиевой ячейки с оптимальным давлением неона 2 кПа ширина линии возрастает со скоростью 4,1кГц/(мВт/см²) [11]. Для флуктуации интенсивности в 1% сдвиг линии составляет 3,4 мГц, поэтому для особо точных измерения требуется стабилизация интенсивности лазерного излучения.

2.3.1.1 Влияние давления буферного газа на сдвиг резонанса

Роль буферного газа заключается в значительном увеличении времени взаимодействия излучения с активными атомами, что сужает резонансную линию. В упрощенном виде взаимодействие активных атомов с буферным газом можно описать двумя способами в зависимости от расстояния между атомами. При больших межатомных расстояниях силы Ван-дер-Ваальса отталкивают валентный атом от ядра, в то время как на малых расстояниях наоборот подталкивают его к ядру. Т.к. атомы неона слабо поляризованы, то взаимодействие Ван-дер-Ваальса мало и чистый эффект столкновения сводится к росту сверхтонкого расщепления, т.е к сдвигу резонанса КПН в область более высоких частот (этот сдвиг возрастает со скоростью $(4, 80 \pm 0, 10)$ Гц/Па и хорошо согласуется со значениями скорости для р.ч. перехода $(4, 52 \pm 0, 2)$ Гц/Па между двумя нижними состояниями). Изменения давления буферного газа вызывают относительно большие систематические сдвиги, но такое влияние давления можно скомпенсировать используя смесь различныхгазов. Более тяжелые и легче поляризуемые благородные газы (Ar, Kr) сдвигают резонанс в противоположную сторону, т.к. силы Ван-дер-Ваальса доминируют при соударениях [12]. Используя смесь 38% неона и 63% аргона, можно устранить сдвиг резонанса, вызванный давлением буферного газа, при этом линия будет уширена.

Другое интересное явление — это изменение *g*-фактора электрона, вызванное столкновениями с буферным газом. Это может влиять на положение линии в магнитном поле. Херман [13] рассчитал

$$\frac{\Delta g_J}{g_J} = -\sqrt{\frac{4}{3\pi}} N_{\text{buff}} \sigma_{\text{kin}} \sqrt{\sigma_{\text{dis}}}$$
(7)

где N_{buff} — плотность атомов буферного газа, σ_{kin} — кинетическое сечение, σ_{dis} — рандомизированное электронное сечение, вызванное взаимодействием между электронным спином и относительным угловым моментом сталкивающихся частиц. Однако, в случае слабых полей изменение g_J с давлением дает пренебрежимо малый вклад в смещение резонансов.

2.3.1.2 Сдвиги, зависящие от интенсивности лазерных полей

Присутствие резонансного светового поля не только индуцирует переходы между двумя атомными состояниями, но также сдвигает относительное положение двух энергетических состояний благодаря динамическому эффекту Штарка. Этот сдвиг пропорционален интенсивности излучения и силе перехода. Поскольку при резонансе темное состояние не взаимодействует со световыми полями, то его положение не зависит от интенсивности. Однако, при малых Рамановских расстройках наблюдается минимум поглощения и положение этого минимума зависит от лазерной интенсивности.

Преобладающим физическим механизмом, ответственным за зависящий от интенсивности сдвиг линии, является динамический эффект Штарка на однофотонных переходах $|1\rangle -|3\rangle$ и $|2\rangle -|3\rangle$, что сдвигает уровни $|1\rangle$ и $|2\rangle$ относительно уровня $|3\rangle$. Следовательно, для темного резонанса ожидаемый сдвиг линии будет равен разности сдвигов уровней $|1\rangle$ и $|2\rangle$. В работе [14] получено аналитическое выражение для обратной величины населенности третьего уровня $1/n_3$. Два из трех членов, входящих в это выражение, зависят от оптической расстройки δ и разности квадратов частот Раби $\Omega_{R2}^2 - \Omega_{R1}^2$. Следствием является зависящая от интенсивности асимметрия линии поглощения и сдвиг ее минимума. При сравнении теоретических расчетов с экспериментом следует учитывать допплеровское уширение.

Важным параметром является отношение допплеровской ширины линии к однородной. В ячейке без буферного газа допплеровская ширина $\Gamma_D = 370$ МГц, что гораздо больше, чем однородная ширина линии Бозрастает до нескольких сотен МГц из-за столкновений (ударное уширение). И в этом случае приближение $\Gamma_S <<\Gamma_D$ нарушается. В слабом продольном магнитном поле для круговых лазерных поляризаций положение 0-0 компоненты темного резонанса является функцией лазерной интенсивности и давления буферного газа неона. Для слабых интенсивностей зависимость сдвига от интенсивности и приблизительно линейная, но ее наклон быстро снижается с ростом давления буферного газа, этот эффект обусловлен тем, что члены в формуле для $1/n_3$ зависят от однородной ширины Γ_S и их влияние на n^3 падает с ростом Γ_S . Энергетический сдвиг линии может быть важен для точных измерений. Например, для цезия в неоне оптимальная чувствительность для зеемановских сдвигов достигается при интенсивности 0,01 мВт/см² и давление неона 2 кПа. При этих условиях вариация интенсивности на 1% вызывает сдвиг 0,2 Гц. В зависимости от применений, чтобы ослабить влияние флуктуаций интенсивности, можно увеличить давле-

ние буферного газа.

2.4 Магнетометрия

В настоящее время для точной и чувствительной магнетометрии используются исключительно магнетометры SQUID (*superconducting quantum interference device*). SQUID (*cверхпроводящее квантово-интерференционное устройство*) магнетометр состоит из сверхпроводящего кольца с узким участком нормальной проводимости. Полный магнитный поток, пронизывающий кольцо может быть с большой точностью измерен с помощью эффекта Джозефсона.

Более традиционным путем определения магнитных полей, которые могут измерять напряженности с точностью порядка 1 нТ — это магнетометры с оптической накачкой OPM (*Optical Pumping Magnetometer*). В коммерческих моделях таких магнетометров обычно достигается чувствительность 1 нТ за время интегрирования 1 с. Магнетометры, основанные на когерентном темном состоянии имеют принцип работы, похожий на принцип работы OPM, однако существует фундаментальное отличие, которое может сделать их на два порядка более чувствительными. С такой чувствительностью они не только могут превзойти SQUID магнетометры, но при такой чувствительности они будут иметь гораздо лучшее пространственное разрешение и будут работать при комнатной температуре.

2.4.1 Принцип измерения

В магнитном поле резонанс КПН испытывает зеемановское расщепление. Это, зависящее от величины поля расщепление, может быть использовано для определения величины магнитного поля и его изменения с очень высокой точностью. Для напряженности поля ниже 1 Тл (т.е., когда зеемановское расщепление гораздо меньше, чем сверхтонкое расщепление основного состояния) F и m_F являются хорошими квантовыми числами. В этом случае энергия зеемановских подуровней для состояний | $F = I \pm 1/2, m_F$ дается формулой Брейта-Раби:

$$E(\pm, m_F) = -\frac{A}{4} + m_F \mu_B g_I B \pm \frac{A(I+1/2)}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_F}{2I+1}x + x^2}$$
(8)

где $x = (g_J - g_I)\mu_B/A(I+1/2)$, для цезия I = 7/2, $A = h \cdot 9$, 192631770 GHz/4, $g_I = 2,0025402$ [15] и $g_I = -0,39885395 \cdot 10^{-3}$ [15], так что $x = 3,0496 \cdot B/T$. В линейном приближении ($x \ll 1$) темные резонансы с номерами $n = m_3 + m_4$ сдвигаются со скоростью [11]

$$\xi = \frac{\mu_B}{8h} (g_J(m_3 + m_4) + g_I(7m_4 - 9m_3)) \approx 3.51 \text{kHz}/\mu T \cdot (m_3 + m_4).$$
(9)

Следует различать два предельных случая: 1) сильное поле ($\Delta \nu \ll \xi B$) и 2) слабое поле ($\Delta \nu \gg \xi B$), где $\Delta \nu$ — ширина резонанса.

Сильное поле. Когда $B \gg \Delta \nu/\xi$, индивидуальные компоненты хорошо разрешены, т.к. форма линии не изменятся при изменении величины магнитного поля, то относительная точность измерений не зависит от В. Математическая обработка положений пиков в соответствии с формулой Брейта-Раби дает оптимальное значение x из которого можно рассчитать величину B. Для спектров приведенных в работе [11] получены значения $B = 21,2265 \pm$ 0.0006 мТ для циркулярных лазерных поляризаций в продольном поле при давлении буферного газа Ne 8,7 кПа и $B = 873,690 \pm 0.028$ мТ для линейных лазерных поляризаций в поперечном поле без буферного газа с относительной точностью $3 \cdot 10^{-5}$ в обоих случаях, определяемой точностью численного расчета. Относительная точность этого метода ограничена $2 \cdot 10^{-6}$, т.к. в формулу Брейта-Раби (8) входят g-факторы, которые известны с точностью $1, 3 \cdot 10^{-6}$.

Слабые поля. В слабых полях компоненты темного резонанса перекрываются, поэтому общая кривая имеет сложную форму. Используя сложную математическую обработку [11] можно получить информацию о величине магнитного поля и оценить величины индивидуальной компоненты (~ 40 кГц).

2.4.2 Преимущество магнетометров на резонансах КПН

На первый взгляд DSM (*Dark State Magnetometer*) магнетометры кажутся очень похожими на OPM. В OPM лампа или лазер оптически накачивают атомные населенности из состояния $|2\rangle$ через возбужденное состояние $|3\rangle$ в состояние $|1\rangle$ так, что пар становится прозрачным. Часть населенности $|1\rangle$ может быть возвращена обратно в состояние $|2\rangle$ с помощью магнитодипольного перехода индуцируемого внешним радиочастотным полем, что ведет к прозрачности пара. Оптимальная радиочастота зависит от силы внешнего магнитного поля через разницу между зеемановскими сдвигами уровней $|1\rangle$ и $|2\rangle$ (рис.3). В экспериментах СОНЕN-ТANNOUDJI *at al.* [16] использовался OPM на парах Rb и изменение магнитных полей менее чем 100 фT детектировалось со временем усреднения 10 с.

Для максимальной чувствительности необходимо увеличить интенсивность накачки, для того чтобы увеличить отношение сигнал/шум (S/N). Однако рост интенсивности излучения



Рис. 3: Сравнение типичных ОРМ и DSM магнетометров.

света увеличивает также ширину резонанса. Расчеты СКАЛЛИ показали, что наилучшая чувствительность достигается для зондирующей частоты Раби $\Omega_{R2} \propto \sqrt{\gamma}\Gamma_S$, где γ — эффективная скорость дефазировки между $|1\rangle$ и $|2\rangle$, а Γ_S — скорость распада оптического перехода. Те же авторы рассчитали чувствительность DSM детектируя фазовый сдвиг вблизи резонанса с ячейкой, расположенной в одном из плеч интерферометра Маха-Цендера. Они обнаружили, что для больших Ω_{R1} зондирующая частота Раби Ω_{R2} может быть увеличены до величины $\Omega_{R2} \propto \sqrt{\Gamma_S}\Gamma_S$ без заметного энергетического уширения, что позволяет повысить чувствительность почти в 100 раз для ячеек с буферным газом. Теоретические расчеты дают предел чувствительности менее 1 фТ в 1 с, т.е. лучше чем современные SQUID детекторы.

2.4.3 Отношение д-факторов

Для того, чтобы увеличить точность определения магнитных полей необходимо знать отношение g-факторов с высокой точностью. В настоящее время они известны с точностью $1, 3 \cdot 10^{-6}$ [15]. Резонанс КПН можно использовать для определения отношения g_I/g_J с высокой точностью в сильном магнитном поле.

Предварительные эксперименты [11]. Для равных циркулярных лазерных поляризаций темный резонанс в Cs расщепляется на 15 компонент, когда магнитное поле направлено под углом $\beta = 45^{\circ}$ по отношению к направлению лазерного пучка. Четные пики соответствуют резонансам между уровнями с $\Delta m = 0$, а нечетные — резонансам с $\Delta m = \pm 1$. Из формулы Брейта-Раби (8) вычисляется положение резонансов по формуле:

$$\Delta f(m_3, m_4) = a(m_4 - m_3) + \frac{\Delta}{4\pi} \left(\sqrt{1 + \frac{m_4}{2}x + x^2} + \sqrt{1 + \frac{m_3}{2}x + x^2} \right)$$
(10)

где $a = g_I \mu_B B/\hbar$. Положение четных резонансов не зависит от а, поэтому можно обработать численно пики с четными номерами $n = m_3 + m_4$ согласно уравнению (10) и получить оптимальное значение $x_{opt} = (g_J - g_I)\mu_B/\hbar\Delta = \hbar(g_J/g_I - 1)a_{opt}/\Delta$, а также полный сдвиг δ_{buffer} благодаря буферному газу. Затем, используя эти данные можно обработать пики с нечетными номерами и получить значение, откуда отношение g-факторов:

$$\frac{g_I}{g_J} = 1 + \frac{\Delta}{2\pi} \frac{x_{opt}}{a_{opt}} \tag{11}$$

В предварительных экспериментах отношение g-факторов определяется как

$$\frac{g_I}{g_J} = -1,87(11) \cdot 10^{-4} \tag{12}$$

Это согласуется с экспериментальными данными, но с заметно меньшей точностью. Для увеличения точности необходимо увеличить интенсивность магнитного поля в ~100 раз. Важно иметь очень однородные магнитные поля, т.к. даже маленькие неоднородности ведут к сильному уширению резонансных линий.

3 Выбор исследуемой модели и постановка задачи.

В настоящее время в ФИАНе им. П. Н. Лебедева в группе С. И. Канорского и сотр., в рамках проекта по изучению возможности метрологических применений резонансов КПН в парах редкоземельных атомов, методами нелинейной спектроскопии высокого разрешения проводится изучение свойств паров самария (Sm) в области линий переходов, образующих Асистему (рис.4):

$$4f^{6}6s^{2}(^{7}F_{0}) \to 4f^{6}(^{7}F)6s6p(^{3}P^{0})^{9}F_{1}^{0} \to 4f^{6}6s^{2}(^{7}F_{1}).$$
(13)

Целью настоящей работы было численное моделирование резонансов КПН в атоме Sm. Структура исследуемых уровней Sm такова, что помимо уровней, образующих Λ -систему, существует не участвующий в возбуждении уровень $4f^{6}6s^{2}$ (J = 2) на который идут радиационные распады с верхнего уровня Λ -системы (см. рис.1 и 4). Кроме того, заселение уровня J = 2 идет через процессы некогерентной накачки со стороны нижних уровней образующих



Рис. 4: Структура исследуемых уровней Sm.

 Λ -систему. Уровень J = 2 играет роль резервуара и его наличие превращает Λ -систему в открытую. Представляет интерес изучить влияние этого уровня на свойства резонанса КПН в этой системе. Дальнейшее усложнение системы уровней Sm наблюдается при наложении магнитного поля, которое снимает вырождение уровней с $J \neq 0$. Система превращается в многоуровневую (рис. 10), в которой уровни, не участвующие в образовании Λ -системы, также играют роль резервуара. С целью изучения особенностей образования КПН в парах Sm. Рассчитывались населенности уровней Λ -системы, коэффициенты поглощения и дисперсия пробной и зондирующей волн и исследовалось их изменение и возникновение КПН при различных напряженностях действующих лазерных полей (частотах Раби), различных частотных расстройках, а также зависимость КПН от скоростей распада нижних уровней и вероятности распада верхнего возбужденного состояния. Расчеты проводились на основе данных эксперимента, проведенного группой С.И.Канорского [9] в Физическом Институте им. П. Н. Лебедева РАН.

4 Математическая техника расчета эффекта КПН в многоуровневых системах

Описание динамики квантовых систем при наличии релаксационных процессов требует модификации динамических уравнений по сравнению с их обычной формой, излагаемой в традиционных учебниках по квантовой механике и применимой только к замкнутым системам без релаксации. Если динамика замкнутых систем задаётся оператором энергии, применяемым к волновым функциям, то в системах с релаксацией она может быть представлена лишь преобразованиями, применяемыми к операторам матрицы плотности или динамических переменных, т.е. супероператорными преобразованиями. Простейшие преобразования этого типа возникают и в системах без релаксации при их описании в терминах матриц плотности, в частности, при рассмотрении квантового уравнения Лиувилля $\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \mathcal{L}_0 \hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}]$. Супероператорное преобразование представлено здесь лиувиллианом \mathcal{L}_0 , который с точностью до мнимого сомножителя $-i/\hbar$ описывается коммутатором с гамильтонианом \hat{H} , примененным к матрице плотности $\hat{\rho}$.

Чтобы ввести соответствующие супероператоры безотносительно к преобразуемым операторам, достаточно ввести *символ подстановки* ⊙, обозначающий место подстановки преобразуемого оператора. Далее можно пользоваться правилами обращения с символическими выражениями, вытекающими из общих определений алгебры линейных операторов [17]. В символическом представлении лиувиллиан замкнутой системы имеет вид

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \odot]. \tag{14}$$

Как и любые линейные операторы, после введения линейного базиса на линейном пространстве квантовых операторов супероператоры могут быть представлены в виде соответствующих им матриц. Использование данной техники символического представления супероператоров эффективно при расчете систем любой размерности, особенно для расчета многоуровневых систем. В частности, в силу большой размерности задач даже простое выписывание матриц, описывающих эволюционные супероператоры, становится технически сложной задачей. Однако, при использовании символического представления супероператоров, благодаря физически прозрачной форме записи, они могут быть сначала записаны в символической форме, после чего их матричные элементы могут быть рассчитаны либо аналитически, либо численно (в случае матриц большой размерности) на компьютере. При этом технические трудности их воспроизведения полностью переносятся на автоматические компьютерные вычисления, так что результаты этих вычислений могут быть легко использованы для численного расчёта рассматриваемых прикладных задач с использованием наиболее подходящего языка программирования. Нами для расчетов использовалась комбинация пакета компьютерной алгебры Mathematica (для аналитического задания супероператоров) и языка программирования Фортран (для последующих численных расчётов спектров с использованием рассчи-

танных матриц динамических супероператоров).

4.1 Расчет лиувиллиана *N*-уровневого атома с использованием символического представления

Лиувиллиан *N*-уровневого атома в лазерном поле в приближении вращающегося поля, также как и в двухуровневом случае может быть представлен в виде суммы вкладов

$$\mathcal{L}_t = \mathcal{L}_r + \mathcal{L}_e + \mathcal{L}_\delta + \mathcal{L}_i, \tag{15}$$

где \mathcal{L}_r — супероператор радиационного затухания, \mathcal{L}_e — супероператор упругой дефазировки, \mathcal{L}_i — супероператор взаимодействия с лазерным полем и \mathcal{L}_δ — супероператор лазерной расстройки, дополняющий выбранный супероператор невозмущенной эволюции до супероператора свободной динамики атома в нулевом лазерном поле. Последний включает соответствующие расстройки всех действующих лазерных полей с учетом того, что свободная прецессия с частотами этих полей включена в супероператор невозмущенной динамики.

Радиационное затухание представляется лиувиллианом, скомбинированным из супероператора перехода населенностей, представленного проектором $\hat{P}_{lk} \odot \hat{P}_{kl}$, и супероператора затухания поляризации, представленного антикоммутатором $\left[\hat{P}_{kk}, \odot\right]$:

$$\mathcal{L}_{r} = \sum_{kl} \gamma_{kl} \left(\hat{P}_{lk} \odot \hat{P}_{kl} - \frac{1}{2} \left[\hat{P}_{kk}, \odot \right]_{+} \right), \tag{16}$$

где двумерный массив γ_{kl} описывает скорости спонтанного распада для k > l и скорости накачки для k < l.

Упругая дефазировка представлена супероператором \mathcal{L}_e , выражающимся через квадраты коммутаторов и определяемым конкретной моделью дефазировки. Для его конкретизации целесообразно выделить два различных типа дефазировки. В первом случае рассматривается только внутренняя дефазировка в системе двух электронных состояний k и l > k. Тогда, в соответствии с микроскопической природой упругой дефазировки, обусловленной слабыми столкновениями [12, 18], как случайной модуляции частоты перехода, она описывается соответствующим случайным супероператором частотного сдвига $-(i/2)\xi(t)[\hat{P}_{kk} - \hat{P}_{ll}, \odot]$, где $\xi(t)$ — флуктуационное смещения частоты перехода. Результирующий усредненный по флуктуациям случайной фазы релаксационный супероператор имеет вид

$$\mathcal{L} = -(\Gamma_{\rm in}^{kl}/4) \left[\hat{n}_{kl},\odot\right]^2,$$

где $\hat{n}_{kl} = \hat{P}_{ll} - \hat{P}_{kk}$ — оператор инверсии населенностей kl-подсистемы и Γ_{in}^{kl} — соответствующая скорость дефазировки. Этот тип чистой дефазировки связан не только с дефазировкой самого kl-перехода, но и вносит вклад в дефазировку всех переходов, смежных с рассматриваемым. Тем не менее, удобно выделить дефазировку только выделенного kl-перехода, используя разложение

$$[\hat{n}_{kl},\odot]^2 = 4(\hat{P}_{kk}\odot\hat{P}_{ll} + \hat{P}_{ll}\odot\hat{P}_{kk}) + [\hat{I}_{kl},\odot]^2,$$

где $\hat{I}_{kl} = \hat{P}_{ll} + \hat{P}_{kk}$ — оператор суммарной населенности kl-подсистемы. Соответствующий вклад первого члена

$$\mathcal{L}_{\rm in}^{kl} = -\Gamma_{\rm in}^{kl} (\hat{P}_{kk} \odot \hat{P}_{ll} + \hat{P}_{ll} \odot \hat{P}_{kk}) \tag{17}$$

описывает чисто внутреннюю дефазировку без влияния на смежные переходы. Если использовать все независимые параметры Γ_{in}^{kl} , то возможно представить дефазировку всех переходов, используя только соотношение (17). Однако, для простоты отображения физической природы дефазировки, удобно ввести другой вклад, связанный с одинаковой дефазировкой через оба k-й и l-й уровень любого другого уровня в отсутствие воздействия на сам kl-переход, т.е. "внешнюю" дефазировку:

$$\mathcal{L}_{\mathrm{ex}}^{kl} = -\Gamma_{\mathrm{ex}}^{kl} \left[\hat{I}_{kl}, \odot \right]^2, \tag{18}$$

где Γ_{ex}^{kl} — соответствующая скорость дефазировки. Соответственно, полный супероператор упругой дефазировки описывается суммой

$$\mathcal{L}_e = \sum_{k < l} \left(\mathcal{L}_{in}^{kl} + \mathcal{L}_{ex}^{kl} \right).$$
(19)

Супероператор лазерной расстройки зависит от типа рассматриваемого резонанса и обычно может быть записан в форме антисимметрического супероператора, представленного в виде коммутатора с операторами населенностей

$$\mathcal{L}_{\delta} = i \sum_{k} \delta_{k} \left(\hat{P}_{kk} \odot - \odot \hat{P}_{kk} \right), \qquad (20)$$

где δ_k — массив частотных расстроек.

Взаимодействие с лазерным полем может быть представлено в форме антисимметрического коммутатора с операторами поляризации

$$\mathcal{L}_{i} = -\frac{i}{2} \sum_{k < l} \Omega_{kl} \left[(\hat{P}_{kl} + \hat{P}_{lk}), \odot \right], \qquad (21)$$

где Ω_{kl} — двумерный массив частот Раби kl-переходов.

После введения символического представления полного эволюционного супероператора (15) и его составляющих (16), (19)–(21) могут быть рассчитаны $N^2 \times N^2$ -матричные представления L_t , L_r , L_e , L_δ , L_i с использованием формулы

$$L_{mn} = (\hat{e}_m, \mathcal{L}\hat{e}_n),$$

где $\{\hat{e}_k\}$ — ортонормированный базис, а скобки описывают скалярное произведение двух операторов вида $\text{Tr}(\hat{A}^+\hat{B})$, антилинейное по первому сомножителю и линейное по второму.

Базис $\{\hat{e}_k\}$ удобно взять эрмитовым и выразить через операторы \hat{P}_{kl} -переходов, представленные $N \times N$ -матрицами с единственным ненулевым kl-элементом $P_{kl}(k, l) = 1$. Удобно также предположить, что нумерация уровней выбрана в соответствии с возрастанием их энергий $E_1 \leq E_2 \leq \ldots \leq E_N$. Тогда соответствующий базис строится следующим образом:

$$\hat{e}_{j(k,l)} = \begin{cases} \hat{P}_{kk}, & k = l; \\ \frac{\hat{P}_{kl} + \hat{P}_{lk}}{\sqrt{2}}, & k < l; \\ -i\frac{\hat{P}_{kl} - \hat{P}_{lk}}{\sqrt{2}}, & k > l, \end{cases}$$
(22)

где j(k,l) — нумерующий индекс, т.е. взаимно-однозначное отображение двумерного множества чисел kl: k, l = 1, N в одномерный индекс $j = 1, N^2$. Он, в частности, может быть конкретизирован следующим, универсальным для любых N, образом:

$$j = \begin{cases} k, & k = l; \\ (2k-1)N - (k+1)^2 + k + 2l, & k < l; \\ (2l-1)N - (l+1)^2 + l + 2k + 1, & k > l, \end{cases}$$

что для N = 2, 3, 4 соответствует следующим матрицам $j_N = (j_N(k, l))$:

$$j_{2} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad j_{3} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 8 \\ 7 & 9 & 3 \end{pmatrix}, \quad j_{4} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 & 9 \\ 6 & 2 & 11 & 13 \\ 8 & 12 & 3 & 15 \\ 10 & 14 & 16 & 4 \end{pmatrix}$$

Базис (22) является эрмитовым и ортонормирован по отношению к описанному выше скалярному произведению (\hat{A}, \hat{B}) , так что $(\hat{e}_m, \hat{e}_n) = \delta_{mn}$ для всех $m, n = 1, N^2$.

4.2 Расчет эффекта КПН в *N*-уровневом атоме

Изложенная техника эффективна для аналитических расчетов, связанных с решением как проблемы стационарного состояния, так и полной спектральной задачи для эволюционного супероператора \mathcal{L}_t [10, 19].

Основные свойства эффекта КПН определяются величиной поглощения приложенного поля, которое для случая Λ -резонанса описывается выражением

$$W_L = \hbar \Im \left(\omega_L g \left\langle \hat{\sigma}_{13}^+ \right\rangle + \omega'_L g' \left\langle \hat{\sigma}_{23}^+ \right\rangle \right) \approx \hbar \left(\omega_L \gamma + \omega'_L \gamma' \right) n_3, \tag{23}$$

где $\langle \hat{\sigma}_{13}^+ \rangle$, $\langle \hat{\sigma}_{23}^+ \rangle$ описывают положительно-частотные операторы комплексных амплитуд переходов 1—3 и 2—3, соответственно. Для расчета стационарных средних значений $\langle \hat{\sigma}_{13}^+ \rangle$, $\langle \hat{\sigma}_{23}^+ \rangle$ или n_3 требуется рассчитать соответствующее векторное представление $\langle 0 |$ стационарной матрицы плотности $\hat{\rho}_{\rm st}$, разрешив соответствующее уравнение $\langle 0 | L_t = 0$.

В рассматриваемом базисе с $\hat{e}_1 = \hat{P}_{11}$, $\hat{e}_2 = \hat{P}_{22}$, $\hat{e}_3 = \hat{P}_{33}$ первые три элемента вектор ра $\langle 0 |$ описывают населенности и должны быть соответственно нормированы, так что бравектор стационарной матрицы плотности $\langle 0 |$ следует использовать в нормированной форме $\langle 0 | \rightarrow \langle 0 | / (\langle 0 |_1 + \langle 0 |_2 + \langle 0 |_3)$, автоматически обеспечивающим и правильный знак рассчитываемых величин. Средние значения населенностей при этом совпадают с соответствующими компонентами: $\langle \hat{n}_k \rangle = \langle 0 |_k$, k = 1, 3, а комплексные амплитуды переходов выражаются через соответствующие компоненты с k > 3:

$$\left\langle \hat{\sigma}_{13}^{+} \right\rangle = \frac{\left\langle 0 \right|_{6} + i \left\langle 0 \right|_{7}}{\sqrt{2}}, \quad \left\langle \hat{\sigma}_{23}^{+} \right\rangle = \frac{\left\langle 0 \right|_{8} + i \left\langle 0 \right|_{9}}{\sqrt{2}}, \quad \left\langle \hat{\sigma}_{12}^{+} \right\rangle = \frac{\left\langle 0 \right|_{4} + i \left\langle 0 \right|_{5}}{\sqrt{2}}.$$

Приведенные соотношения позволяют выразить поглощение в аналитическом виде, удобном как для численных расчетов, так и для качественного анализа.

Для проведения численных расчетов была написана универсальная программа на языке Фортран для расчета населенностей уровней, коэффициентов поглощения и дисперсии в произвольной N-уровневой системе, пригодная для использования и при больших значениях N > 10. Ее важной особенностью является использование минимально необходимого числа входных параметров, которое существенно меньше числа $N^2 \times N^2$ матричных элементов лиувиллиана в рассматриваемом обобщении лиувиллиана (14) за счёт отсутствия необходимости выписывания вручную всех элементов динамической матрицы L_t , которая в соответствии с (15)–(21) фактически содержит огромное число нулевых вкладов.

5 Учет эффекта Допплера

Техника расчета, описанная в разделе 4, позволяет получить зависимости коэффициента поглощения лазерного излучения для покоящегося атома в зависимости от расстройки первого поля δ_L и рамановской расстройки δ_R . В эксперименте с полем взаимодействуют движущиеся атомы, поэтому на коэффициент поглощения среды оказывает влияние эффект Допплера, приводящий в отсутствие упрощений к необходимости выполнения расчётов сразу для континуума расстроек. Его учет в настоящей работе производился следующим упрощённым образом, качественно соответствующим рассмотрению [20], но без использования приближённой замены максвелловского распределения по скоростям лоренцевским.

Частота лазерного поля, с которым взаимодействует атом, движущийся в произвольном направлении, в соответствии с принципом Допплера дается формулой $\omega_{1,2} = \omega_{Lj} + \delta_{Lj}$, где $\delta_{Lj} = \omega_{Lj} v_n/c, j = 1, 2$ — расстройки компонент бигармонического лазерного поля, v_n — проекция скорости движущегося атома на вектор \vec{n} распространения пучков лазерного поля.

Число частиц газа при температуре T, движущихся со скоростью v_k определяется максвелловским распределением по частотам [18]:

$$\frac{dN}{d\delta_L} = \frac{N}{\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{\delta_L}{\Delta\omega_D}\right)^2\right] \frac{d\delta_L}{\Delta\omega_D}, \quad \Delta\omega_D = \omega_{L1} v_0/c$$

где $\delta_L = \omega - \omega_{L1}$ и $v_0 = \sqrt{2kT/m}$.

При этом рамановская расстройка $\delta_R = \omega_{L2} - \omega_{L1} - \Delta$ при сонаправленном распространении лазерных пучков приближённо считается постоянной для частиц, движущихся с разными скоростями. Поэтому зависимость коэффициента поглощения поля ω_{L1} от рамановской расстройки при сканировании поля ω_{L2} дается формулой:

$$K_D(\delta_R) = \int K(\delta_L, \delta_R) \frac{dN}{d\delta_L} d\delta_L, \qquad (24)$$

где $K(\delta_L, \delta_R)$ — коэффициент поглощения покоящегося атома.

6 Экспериментальная регистрация резонансов КПН в парах самария

Как уже отмечалось в разделе 1, самарий является перспективным кандидатом для изучения возможностей метрологических применений резонансов КПН в парах редкоземельных ато-



Рис. 5: Диаграмма энергетических уровней атома самария (а) и параметры, используемые в расчетах (б). Здесь ω_{L1}, ω_{L2} — частоты лазерных полей; Ω_{14}, Ω_{24} — соответствующие частоты Раби; δ_L, δ_R — расстройка резонанса на переходе $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ и рамановская расстройка; γ_{41} , γ_{42}, γ_{43} — скорости радиационного распада возбужденного состояния на уровни $|1\rangle, |2\rangle$ и $|3\rangle$; $\Gamma_{14}, \Gamma_{24}, \Gamma_{12}$ и Γ_{23} — скорости дефазировки переходов $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ и $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle, |1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ и $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle; \gamma_{32}$ — скорость распада уровня $|3\rangle$.

мов методами нелинейной спектроскопии высокого разрешения. Диаграмма энергетических уровней атома самария приведена на рис. 5. В эксперименте проводилось изучение поглощения паров самария в области линий переходов

$$4f^{6}6s^{2}(^{7}F_{0}) \leftrightarrow 4f^{6}(^{7}F)6s6p(^{3}P^{o})^{9}F_{1}^{o} \leftrightarrow 4f^{6}6s^{2}(^{7}F_{1}),$$

$$(25)$$

образующих Λ -систему.

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 6. В качестве источников излучения использовались два полупроводниковых лазера (1,2) с внешними резонаторами, настроенные на резонансные длины волн 672 нм и 686 нм. Лазеры собраны по схеме Литтрова с коллимирующим асферическим объективом и голографической дифракционной решеткой 1800 линий/мм. Диапазон свободной перестройки лазеров составляет около 5 ГГц. В одночастотном режиме лазер на частоте 672 нм излучает 2,5 мВт, а лазер на частоте 686 нм — около 12 мВт.

Спектры интересующих нас переходов в самарии подробно исследованы в работе [21] методами субдопплеровской спектроскопии насыщенного поглощения. В указанной работе определены относительные изотопические сдвиги и сверхтонкое расщепление уровней с точ-



Рис. 6: Экспериментальная установка для спектроскопии темных резонансов в парах самария. 1 и 2 — полупроводниковые лазеры с частотой 672 и 686 нм, соответственно, 3 и 5 — светоделительные кубики, 4 — модулятор на частоте 600 Гц, 6 — поляризационный кубик, 7 — кювета с парами самария, 8 — коаксиальный нагреватель, 9 — кольца Гемгольца, 10,11 — оптические изоляторы, 12 — конфокальный интерферометр с областью свободной дисперсии 74, 35 ± 0,01 МГц, 13 — конфокальный интерферометр с областью свободной дисперсии 149, 8 ± 0, 1 МГц, 14 — спектроанализатор, 15 — решетка с 2400 штрихов/мм, 16–18 — фотодиоды, 19 — генератор, 20 — синхронный детектор, 21 — запоминающий осциллограф, 22 — электронный блок привязки лазера на частоте 672 нм к пику пропускания интерферометра (12).

ностью 1–2 МГц. Установлено, что линии изотопа 154 Sm (22,75%) смещены относительно спектральных линий остальных изотопов (144 Sm — 3,07%, 147 Sm — 14,99%, 148 Sm — 11,24%, 149 Sm — 13,82%, 150 Sm — 7,38%, 152 Sm — 26,75%) на 1 ГГц в красную область спектра, что позволяет осуществлять надежную привязку к переходам в этом изотопе. Однако присутствие других изотопов слегка изменяет крылья линии рабочего перехода.

Пары Sm создаются в кювете из нержавеющей стали (7) длиной 50 см со стеклянными окошками на торцах. Кювета снабжена системой откачки и системой напуска буферного газа. Несколько грамм Sm помещается в центр кюветы. Нагрев кюветы производится в центральной 15-см части с помощью коаксиального нагревателя (8) (~500 Br), питаемого постоянным током. Остаточное магнитное поле в кювете составляет доли эрстеда. Кювета помещена внутрь двух пар колец Гельмгольца (9) диаметром 30 см, позволяющих создавать в центральной части кюветы продольное и поперечное магнитное поле до 40 Э. Для получения заметного поглощения кювета нагревалась до температуры около 1000 К [9]. Концентрация паров при этой температуре составляла около $10^{11} - 10^{12}$ см⁻³.

Лазер на 672 им настроен на центр перехода $4f^{6}6s^{2}(^{7}F_{0}) \leftrightarrow 4f^{6}6s6p(^{9}F_{1}^{o})$ в 154 Sm и привязан к пику пропускания стабилизированного 1-метрового конфокального интерферометра (12) с высокой долговременной стабильностью (около 5 МГц/час). При этом ширина спектра генерации лазера составляет менее 0,5 МГц. Лазер на 686 нм медленно перестраивается в области перехода $4f^{6}6s^{2}(^{7}F_{1}) \leftrightarrow 4f^{6}6s6p(^{9}F_{1}^{o})$ так, чтобы пройти точку $\delta_{R} = 0$. Изменение частоты генерации лазера контролируется с помощью 0,5-метрового конфокального интерферометра (13) с добротностью около 20 и областью свободной дисперсии 149, 8 + 0, 1 МГц. Модовый состав излучения лазеров контролируется с помощью спектроанализатора (14) с добротностью 50 и областью свободной дисперсии 8 ГГц. Все интерферометры оптически изолированы от лазеров для предотвращения возникновения обратной связи. Линейно поляризованное излучение лазеров сводится на поляризационном кубике (6) в один пучок (с точностью 10⁻³ рад), и направляется в кювету с парами самария. При этом плоскости поляризации пучков ортогональны. На входе в кювету плотность мощности излучения лазера на 672 нм составляет 0,1 мВт/мм², а для лазера на 686 нм — 0,2 мВт/мм². После выхода из кюветы пучки разделяются с помощью голографической дифракционной решетки 2400 линий/мм (15) и поступают в систему регистрации (16, 20, 21).

Поскольку КПН связано с взаимодействием атомной системы с бихроматичеким свето-

вым полем, в эксперименте регистрировалась только добавка к поглощению лазерного излучения на длине волны 672 нм, связанная с наличием второго лазерного поля. Для этого перед входом в кювету пучок лазера на 686 нм модулировался с помощью жидкокристаллического модулятора (4) с частотой $f_m = 600$ Гц, а регистрировался сигнал на той же частоте модуляции в канале лазера на 672 нм. Наличие широких крыльев избыточного поглощения обусловлено влиянием столкновений с буферным газом [22]. Спектры наведенного поглощения регистрировались как в отсутствие магнитного поля, так и в присутствие продольного или поперечного магнитного поля. В экспериментах во внешнем поперечном магнитном поле его направление выбиралось вдоль направления поляризации лазера на длине волны 672 нм.

7 КПН в рамках четырехуровневой модели

В обсуждаемом эксперименте в парах самария помимо активных уровней, образующих Λ систему, в процесс формирования резонансов КПН вовлечён уровень $4f^{6}6s^{2}$ (J = 2), хотя и не участвующий напрямую в возбуждении верхнего уровня, но поглощающий часть населённости за счёт радиационного распада (рис. 5а). Кроме того, заселение уровня J = 2 идет через процессы некогерентной накачки со стороны нижних уровней, образующих Λ -систему. Уровень J = 2, таким образом, для процессов формирования КПН в выделенной Λ -системе играет роль резервуара и его наличие превращает Λ -систему в открытую. В отсутствие магнитного поля данная четырёхуровневая модель учитывает все основные механизмы, определяющие эффекты КПН.

Для сравнения с экспериментальными данными необходим соответствующий набор характеристик атома самария и параметров эксперимента, которые суммированы в табл. 1, 2, 3. В табл. 1 приведены силы осцилляторов интересующих нас переходов, а в табл. 2 — энергии и *g*-факторы нижних метастабильных уровней с J = 0, 1, 2 и верхнего уровня Λ -системы. Для метастабильных уровней также приведены их относительные населенности при $T = 600^{\circ}$ C (см. [21]).

Дипольный момент d, частоты Раби Ω и скорости распадов γ рассчитываются по формулам

$$|d_{JJ'}|^2 = (3\hbar e^2/2m)(2J+1)|f_{JJ'}|/\omega_{JJ'},$$

$$\Omega_{JJ'} = d_{JJ'}E/\hbar, \quad \gamma_{JJ'} = 4d_{JJ'}^2\omega^3/3\hbar c^3,$$

где m и e масса и заряд электрона, соответственно, c — скорость света, $\omega_{JJ'}$ — частота пере-

ПереходДлина волны λ , нмСила осциллятора gf $6s^2 (J=0) \rightarrow 6s6p (J=1)$ 672,5875 $8,5 \times 10^{-3}$ $6s^2 (J=1) \rightarrow 6s6p (J=1)$ 686,0927 $9,5 \times 10^{-3}$

Таблица 1: Длины волн и силы осцилляторов активных переходов.

Таблица 2: Энергетические уровни самария, задействованные в спектре поглощения.

Четные уровни $4f^{6}6s^{2}(^{7}F)$					Нечетный уровень $4f^6({}^7F)6s6p({}^3P^o){}^9F_1^o$		
J	Энергия, ст ⁻¹	g	Относительная	J	Энергия, ст ⁻¹	g	
			населенность				
			при $T = 600^\circ$ С				
0	0,00		1,0				
1	292,58	1,50	0,6	1	14863,85	3,10	
2	811,92	1,50	0,24				

Таблица 3: Параметры, определяющие возбуждение Λ -системы.

Частота Раби, с $^{-1}$	Скорость радиационного распада, с ⁻¹	Скорость дефазировки, с ⁻¹
$\Omega_{14} = 0,58 \times 10^7$	$\gamma_{41} = 0,42 \times 10^6$	$\Gamma_{12} = 2, 4 \times 10^4$
$\Omega_{24}=0,83\times 10^7$	$\gamma_{42}=0,45\times10^6$	$\Gamma_{23}=1,6\times 10^4$
_	$\gamma_{43}=0,42\times 10^6$	_

хода и $|f_{JJ'}|$ — сила осциллятора перехода $J \to J'$. Напряженности электрического поля рассчитываются по формуле $\sqrt{2W/c \varepsilon_0}$ и принимают значения примерно $E_{L1} = 270$ B/м и $E_{L2} = 390$ B/м, при плотностях мощности излучения лазеров на входе в кювету $W_{L1} = 0, 1$ мBт/мм² и $W_{L2} = 0, 2$ мBт/мм², соответственно [9]. Данные расчета представлены в табл. 3.

Напряженность магнитного поля составляла 15 Э в случае продольного магнитного поля и 29 Э в случае поперечного. При этом для продольного магнитного поля зеемановское расщепление, рассчитанное по формуле $\Delta = egH/2mc$, составляло $\Delta' = 1,98 \times 10^8 \text{ c}^{-1}$ для уровня 6*s*6*p* и $\Delta'' = 4,09 \times 10^8 \text{ c}^{-1}$ для уровня 6*s*². Для поперечного магнитного поля $\Delta' = 2,50 \times 10^8 \text{ c}^{-1}$ для уровня 6s6p и $\Delta'' = 5,17 \times 10^8 \text{ c}^{-1}$ для уровня 6s².

8 Результаты моделирования спектров КПН в парах самария

8.1 Трехуровневая Л-система

Формирование и вид резонанса КПН в трехуровневой системе (рис. 1), как известно, зависит от определенного ограниченного числа параметров системы. Этими параметрами являются частоты Раби Ω , скорости радиационных распадов с верхнего уровня γ и скорости дефазировок Γ , обусловленные различными физическими процессами. Изменения в поведении резонанса КПН в трехуровневой системе в зависимости от частоты Раби было подробно рассмотрено в различных работах. Исследования показали, что при увеличении частоты Раби ширина резонанса растет пропорционально квадрату частоты.

Первым пунктом нашего исследования является анализ зависимости резонанса КПН в трехуровневой системе при изменении величин γ_{12} – скорости распада и w_{21} – скорости некогерентной накачки уровня $|2\rangle$. Все данные, используемые в расчетах, представлены в п. 7, (при расчете трехуровневой системы все данные нормированы на величину $\gamma_{31} = 1.25 * 10^6 c^{-1}$). На рис. 7а приведены зависимости резонансных кривых от рамановской расстройки в Λ -системе при различных γ_{12} , w_{21} . Кривая 1 соответствует данным приведенным в п. 7, где $\gamma_{12} = 0,032$, $w_{21} = 0,019$. Уменьшение этих величин от 10^{-2} до 0 практически не меняет форму резонанса. Однако, при постепенном увеличении γ_{12} , w_{21} наблюдается уменьшение контраста резонанса, а также уменьшение величины поглощения.

На рис. 76 изображена зависимости резонансов КПН от рамановской расстройки при различных значениях скорости дефазировки Γ_{12} . Как и в предыдущем случае кривая 1 на рис. 76 полностью соответствует расчетным данным для Sm, и нулевой дефазировке $\Gamma = 0$. Изменение Γ_{12} от 10^{-2} до 0 не влияет ни на форму, ни на ширину резонанса. Исходя из данной зависимости видно, что резонанс КПН резко уменьшается начиная с $\Gamma_{12} \sim 10^{-1}$. Уже при $\Gamma_{12} = 2$ резонанс практически пропадает, его глубина порядка 0.02, а при $\Gamma_{12} > 5$ резонанс исчезает. Следует, однако, заметить, что в отличие от предыдущего случая во всем диапазоне изменения Γ_{12} величина полного поглощения не меняется.



Рис. 7: Зависимость коэффициента поглощения трехуровневой системы от рамановской расстройки δ_R ($\delta_L = 0$) для а) различных значений скорости распада нижних уровней γ_{21} и скоростей оптической накачки w_{12} , б) различных значений скорости дефазировки Γ_{21} (сек⁻¹).

8.2 Четырехуровневая Л-система

Рассмотрим, как зависит резонанс КПН от этих же параметров в четырехуровневой системе схема уровней которой представлена на рис. 5б и сопоставим с результатами для трехуровневой системы.

8.2.1 Зависимость резонанса КПН от скорости распада на уровень $4f^{6}6s^{2}(^{7}F_{1})$

На рис. 8а и 86 приведены графики зависимости коэффициента поглощения второй волны от рамановской расстройки четырехуровневой системы в случае, когда $\gamma_{43} \leq 1$ (рис. 8а) и $\gamma_{43} > 1$ (рис. 8б). Для сопоставления результатов на рис. 8а нанесена кривая 1 резонанса КПН в трехуровневой системе для данных приводимых в п. 7. Как видно из рис. 8а уменьшение γ_{43} от 1 до 10^{-6} приводит к увеличению контраста резонанса КПН, при этом его ширина также возрастает. Для кривых $3 \div 5$ величина радиационного распада γ_{43} с верхнего уровня на уровень с J = 2 меняется в диапазоне от 0.1 до 10^{-6} . Как видно из этого рисунка, когда γ_{43} стремится к нулю, величина резонанса КПН, полученного в четырехуровневой системе (кривая 5), приближается к величине резонанса для трехуровневой схемы (кривая 1). Теоретически, резонансы для этих систем должны полностью совпасть в случае, когда $\gamma_{43} = 0$ и $\gamma_{23} = w_{12}$, т.е когда уровень J = 2 полностью изолирован. В нашем случае полного совпадения кривых 1 и 5 не наблюдается. Это связано с тем, что вероятность распада на третий уровень, а также вели-



Рис. 8: а) Зависимость коэффициента поглощения трехуровневой (кривая 1) и четырехуровневой (кривые 2-5) систем от рамановской расстройки δ_R ($\delta_L = 0$) для значений скорости радиационного распада верхнего уровня γ_{43} , меньших 1. б) Зависимость коэффициента поглощения четырехуровневой системы от рамановской расстройки δ_R ($\delta_L = 0$) для значений скорости радиационного распада верхнего уровня γ_{43} , больших 1.

чины γ_{21} и w_{12} не равны 0. Четвертый уровень забирает на себя часть населенности, тем самым уменьшая кол-во атомов участвующих в КПН. Полученные результаты также подтверждают правильность используемой в расчетах модели.

На рис. 86 представлены резонансные кривые при увеличении γ_{43} от 1 до 30. Увеличение скорости распада приводит к дальнейшему падению величины поглощения и одновременному сужению резонанса (Рис. 8б). Также было получено, что с увеличением γ_{43} ширина резонанса уменьшается, однако уменьшается и контраст резонанса. Контраст резонанса можно увеличить при увеличении частот Раби,однако при этом ширина резонанса КПН существенно возрастает.

8.2.2 Зависимость резонанса КПН от скорости распада и скорости оптической накачки уровня 2

На рис. 9а приведена зависимость резонансных кривых при изменении скорости распада γ_{21} , и некогерентной накачки w_{12} . Кривая 1 соответствует, как и раньше, рассчитанным в п. 7 данным для Sm. Уменьшение величин γ_{21} , w_{12} в 10 раз приводит к резкому уменьшению величины резонанса (на порядок). При увеличении γ_{21} , w_{12} от *1 до *10 происходит наиболее резкое



Рис. 9: Зависимость коэффициента поглощения четырехуровневой системы от рамановской расстройки $\delta_R (\delta_L = 0)$ для а) различных значений скорости распада нижних уровней γ_{21} и γ_{32} и скоростей оптической накачки w_{12} и w_{23} , б) различных значений скорости дефазировки Γ_{21} и Γ_{32} переходов 2-1 и 3-2, соответственно.

увеличение поглощения, и контраста резонанса. При γ_{21} , w_{12} контраст резонанса составляет 40%. Однако, при дальнейшем увеличении γ_{21} , w_{12} от *10 до *30 величина поглощения растет уже медленнее с одновременным уменьшением контраста резонанса. При достижении γ_{21} , w_{12} значений равных *50 контраст резонанса составляет всего 6%. При дальнейшем увеличении γ_{21} , w_{12} резонанс КПН исчезает, и величина поглощения начинает уменьшаться (кривая 7).

Таким образом существуют оптимальные значения γ_{21} , w_{12} при которых резонанс КПН максимален. Следует обратить внимание на то ,что изменение γ_{21} , w_{12} в широких пределах слабо влияет на ширину резонанса КПН.

8.2.3 Зависимость резонанса КПН от скорости дефазировки нижних уровней

На рис. 96 приведены зависимости резонансов КПН при изменении скорости дефазировки Г нижних уровней. Полученная качественная зависимость для четырехуровневой системы полностью аналогична рассмотренной выше зависимости для трехуровневой системы. Количественная же разница заключается в ширине резонанса, а также в величине поглощения.

Анализ приведенных зависимостей показывает, что введение четвертого уровня J = 2 в трехуровневую модель практически не меняет ширину резонанса, в то время как полное поглощение четырехуровневой системы по величине значительно меньше, чем в случае трехуровневой. Это происходит за счет захвата населенности на уровне J = 2 через соответству-



Рис. 10: Схема Λ -системы атома самария при наложении: а) продольного магнитного поля для линейных ортогональных поляризаций лазерных пучков (правила отбора для первого поля $\omega_{L1} - \Delta m_1 = \pm 1$, для второго поля $\omega_{L2} - \Delta m_2 = \pm 1$); б) поперечного магнитного поля (правила отбора для первого поля $\omega_{L1} - \Delta m_1 = 0$, для первого поля $\omega_{L2} - \Delta m_2 = \pm 1$). Δ' и Δ'' — величины зеемановского расщепления нижнего и верхнего уровней с $J \neq 0$, соответственно.

ющий канал радиационного распада.

8.3 Модификация спектров в магнитном поле

При наложении магнитного поля рассмотренная выше трехуровневая система атома самария превращается в семиуровневую за счёт расщепления уровней с J = 1. Уровень $|3\rangle$ расщепляется на три компоненты (рис. 10), в связи с чем существуют три перехода на уровень $|1\rangle$, разрешенные правилами отбора для радиационных переходов, и вероятность каждого из них составляет 1/3 полной вероятности перехода $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$. Аналогично уровень $|2\rangle$ также расщепляется на три компоненты, и на переходе $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$, согласно правилам отбора, образуются 6 переходов, вероятность каждого из которых составляет, соответственно, 1/6 полной вероятности перехода $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$.

Дополнительным каналом распада в многоуровневых системах по сравнению с трехуровневой системой является столкновительная деполяризация. Деполяризация атома при столкновении с другим атомом связана с переходами между состояниями с разными проекциями атома на выделенное направление. При наложении магнитного поля столкновения будут вызывать переходы между зеемановскими подуровнями с различными значениями проекции магнитного момента для каждого мультиплета. При столкновениях с изменением проекции момента разрушается когерентность между нижними уровнями Λ -системы, что влияет на величину резонанса КПН. В расчетах этот процесс учитывался введением константы деполяризации *G* между уровнями каждого мультиплета.

При дальнейшем рассмотрении мы будем различать две конфигурации приложенного магнитного поля — продольную и поперечную.

8.3.1 Случай продольного магнитного поля

Схема уровней для продольной конфигурации полей приведена на рис. 10а. Для линейно поляризованных полей, согласно правилам отбора в рассматриваемой системе разрешены шесть переходов, т.к. $E_1 \perp H$ ($\Delta m_1 = \pm 1$) и $E_2 \perp H$ ($\Delta m_2 = \pm 1$). Переходы $|1\rangle \leftrightarrow |5\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |5\rangle$, $|1\rangle \leftrightarrow |7\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |7\rangle$ образуют две Λ -системы, переходы $|2\rangle \leftrightarrow |6\rangle$ и $|4\rangle \leftrightarrow |6\rangle$ также разрешены правилами отбора, однако, в образовании Λ -систем не участвуют, но ответственны за образование дополнительных пиков поглощения (см. приложение A).

Для проведения теоретических расчетов использовались численные данные, приведенные в разделе 7. Значение константы деполяризации изменялось в диапазоне *G* = 0 – 80.

На рис. 11 приведена соответствующая данной конфигурации зависимость коэффициента поглощения покоящегося атома самария от рамановской расстройки δ_R и лазерной расстройки δ_L без учета деполяризации. На рис. 12а) и рис. 12б) приведены результаты расчета коэффициента поглощения 7-и уровневой системы с учетом деполяризации магнитных подуровней, константа деполяризации Gмагн менялась от 0 до 10 (рис. 12а)) и от 1 до 80 (рис. 12б)). Как видно из этих рисунков процесс деполяризации приводит, во-первых, к росту наведенного поглощения, а, во-вторых, к монотонному уменьшению контраста резонанса КПН. Влияния деполяризации на ширины резонанса КПН практически не наблюдается.

С использованием формулы (24) и рассчитанного поглощения покоящегося атома был рассчитан коэффициент поглощения среды. На рис. 13а приведены зависимости коэффициента поглощения среды при $\omega_{L1} = \text{const}$ и $\delta_L = 0$ от рамановской расстройки δ_R для двух значений температур — $T_1 = 873$ K, соответствующего условиям эксперимента, и $T_2 = 10$ K.

Изменение температуры приводит к изменению абсолютной величины коэффициента поглощения, но практически не сказывается на его форме. Это происходит за счет того, что при



Рис. 11: Зависимость коэффициента поглощения покоящегося атома самария от δ_R и δ_L в случае продольной конфигурации магнитного поля.

повышении температуры возрастает вклад атомов, взаимодействующих с полем при больших лазерных расстройках, что понижает поглощение $K(\delta_L, \delta_R)$.

Для сравнения на рис. 136 приведен экспериментальный спектр поглощения пробного лазерного поля (672 нм, $\delta_L = 0$), полученный путем сканирования частоты второго управляющего поля. Как видно из рис. 13, типичная ширина экспериментально наблюдаемых резонансов КПН составляет 5 ÷ 6 МГц, что согласуется с теоретическими расчетами. Ввиду того, что измеряется поглощение поля на фиксированной частоте ω_{L1} , находящейся в резонансе с атомным переходом, полная ширина контура поглощения как функции рамановской расстройки δ_R неограниченно велика.

Оценки, приведенные в приложении А, показывают, что при наложении продольного магнитного поля должно наблюдаться расщепление резонанса КПН на величину $2\Delta' \omega_{12}/\omega_{13}$. Экспериментально наблюдаемое положение резонансов КПН полностью согласуется с этими результатами и расщепление составляет порядка 3 МГц.

Наблюдаемые в эксперименте широкие крылья контура поглощения при больших рамановских расстройках δ_R связаны с влиянием столкновений [22], а именно, с возможностью переходов атомов из разных скоростных групп в группу резонансную со световым полем [23].



Рис. 12: а) Зависимость коэффициента поглощения семиуровневой системы от рамановской расстройки δ_R ($\delta_L = 0$) для значений константы деполяризации магнитных подуровней от 0 до 10, б) Зависимость коэффициента поглощения семиуровневой системы от рамановской расстройки δ_R ($\delta_L = 0$) для значений константы деполяризации магнитных подуровней от 1 до 80.



Рис. 13: а) Теоретическая зависимость коэффициента поглощения семиуровневой системы от рамановской расстройки δ_R в продольном магнитном поле с учетом эффекта Допплера для двух значений температур T = 10 К (точки) и T = 873 К (сплошная линия). б) Экспериментальная зависимость коэффициента поглощения в продольном магнитном поле с напряженностью 29 Э и давлении 0,2 Торр буферного газа Ar.

В приведённых расчетах данный механизм не учитывался.

8.3.2 Случай поперечного магнитного поля

Энергетическая диаграмма уровней для атома самария в поперечном магнитном поле показана на рис. 10б. В поперечном магнитном поле H_{\perp} линейно поляризованное излучение лазера с ω_{L1} (вектор H_{\perp} лежит в плоскости поляризации) может вызывать только переходы с $\Delta m = 0$ (π -компоненты). В то же время излучение лазера с ω_{L2} с плоскостью поляризации, ортогональной H_{\perp} , вызывает переходы с $\Delta m = \pm 1$ (σ -компоненты). В этом случае образуются две Λ -системы: переходы $|1\rangle \leftrightarrow |6\rangle$, $|2\rangle \leftrightarrow |6\rangle$ и $|1\rangle \leftrightarrow |6\rangle$, $|4\rangle \leftrightarrow |6\rangle$; переходы $|3\rangle \leftrightarrow |5\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |7\rangle$ в образовании Λ -системы не участвуют.

Для случая наложения поперечного магнитного поля, аналогично разделу 5 были рассчитаны коэффициенты поглощения покоящегося атома, изучено влияние деполяризации и рассчитаны коэффициенты поглощения среды с учетом влияния эффекта Допплера.

Особенностью спектров поглощения в поперечном магнитном поле является расщепленная линия резонанса КПН, величина расщепления которого совпадает с величиной зеемановского расщепления подуровней $|2\rangle$ и $|4\rangle$ уровня J = 1: $\Delta \omega = 2\Delta'$ (см. приложение A).

Деполяризация магнитных подуровней проявляется аналогично случаю продольного маг-



Рис. 14: а) Теоретическая зависимость коэффициента поглощения семиуровневой системы от рамановской расстройки δ_R в поперечном магнитном поле с учетом эффекта Допплера при T = 873К для двух значений деполяризации магнитных подуровней. б) Экспериментальная зависимость коэффициента поглощения в поперечном магнитном поле с напряженностью 29 Э и давлении 0,2 Торр буферного газа Ar.

нитного поля (см. раздел 8.3.1). Результаты расчета для различных значений константы деполяризации представлены на рис. 15. Максимальное значение контраста резонанса достигается при G = 0, с ростом G контраст резонанса падает, а его ширина при этом практически не меняется.

На рис. 14 сопоставлены экспериментальные данные с результатами теоретического расчета коэффициента поглощения среды для случая поперечного магнитного поля. Как и в случае продольного магнитного поля, положение и ширина резонансов КПН совпадают с теоретическими расчетами (см. приложение А).

9 Заключение

Таким образом, в данной работе представлена теоретическая модель для описания КПН в многоуровневых системах, позволяющая производить расчеты с использованием минимального набора входных параметров. Её применение к анализу спектроскопических характеристик КПН в парах самария показывает, что резонансы КПН в отсутствие внешнего магнитного поля хорошо аппроксимируются простой четырехуровневой моделью.

При наложении продольного или поперечного магнитных полей спектроскопические ха-



Рис. 15: Зависимость коэффициента поглощения семиуровневой системы от рамановской расстройки $\delta_R (\delta_L = 0)$ для значений константы деполяризации магнитных подуровней Gмагн, изменяющейся от 0 до 80.

рактеристики атомов самария хорошо описываются семиуровневой моделью. Усложнение энергетической структуры уровней атомов самария приводит к увеличению числа резонансов КПН и появлению дополнительных пиков поглощения в спектрах за счёт того, что рассматриваемая система распадается на набор трехуровневых Λ -систем, каждая из которых отвечает за формирование соответствующего резонанса. При этом переходы между уровнями, прямо не участвующими в образовании Λ -систем, участвуют в формировании пиков наведенного поглощения.

Показано, что в присутствии магнитного поля на форму линии поглощения и контраст резонансов КПН существенное влияние оказывает явление деполяризации магнитных подуровней, проявляющееся как монотонное падение контраста резонансов КПН с ростом константы деполяризации.

Рассчитаны и сопоставлены с экспериментальными данными коэффициенты поглощения паров с учетом максвелловского распределения атомов по скоростям. Показано, что изменение температуры ведет к изменению абсолютной величины коэффициента поглощения, но практически не сказывается на его форме.

При наличии поперечного магнитного поля результаты численных расчетов полностью воспроизводят экспериментальные данные как в отношении положения и ширины резонансов

КПН, так и в отношении формы спектров. Для продольного же магнитного поля качественные теоретические оценки подтверждают наблюдаемое в эксперименте расщепление резонанса КПН на малую величину ~3 МГц, однако его воспроизведение при численном расчете требует выхода за рамки приближений [20], обычно используемых для описания эффектов влияния допплеровского уширения на формирование спектров КПН.

В заключение автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю доценту Б. А. Гришанину за постоянное внимание, помощь, поддержку и качественное руководство. А также автор выражает благодарность доценту В. Н. Задкову за контроль хода работы и ценные замечания, высказанные в ее процессе.

А Особенности резонансов КПН на фоне допплеровски уширенной линии в магнитных полях

А.1 Случай продольного магнитного поля

В эксперименте частота первого лазера постоянна и равна $\omega_{L1} = \omega_{13} + \delta_{L_1}$, где δ_{L_1} — небольшая лазерная расстройка. В резонансе с полем ω_{L1} могут находиться только те частицы, которые имеют определенную проекцию скорости по направлению светового луча, такую, чтобы допплеровский сдвиг скомпенсировал расстройку частоты поля ω_{L1} относительно частоты квантовых переходов $|1\rangle - |7\rangle$ и $|1\rangle - |5\rangle$ (точки а и b на рис. 16а).

Поглощение волны ω_{L1} будет наблюдаться на частотах: $\omega_{13} + \Delta''$ (переход $|1\rangle - |7\rangle$) и $\omega_{13} - \Delta''$ (переход $|1\rangle - |5\rangle$). Согласно определению эффекта Допплера получим выражения для соответствующих скоростных групп:

$$\begin{split} \omega_{L1} &= \frac{\omega_{13} + \Delta''}{1 - v_{x1}/c} \longrightarrow \left(1 - \frac{v_{x1}}{c}\right) = \frac{\omega_{13} + \Delta''}{\omega_{L1}} \qquad (\text{точка } a), \\ \omega_{L1} &= \frac{\omega_{13} - \Delta''}{1 - v_{x2}/c} \longrightarrow \left(1 - \frac{v_{x2}}{c}\right) = \frac{\omega_{13} - \Delta''}{\omega_{L1}} \qquad (\text{точка } b). \end{split}$$

Взаимодействие частиц в каждой скоростной группе с полем ω_{L1} приводит к тому, что уровень $|1\rangle$ обедняется, а населенность уровней $|2\rangle, |3\rangle$ и $|4\rangle$ возрастает за счет распадов с верхних уровней. Вторая частота $\omega_{L2} = \omega_{23} + \delta_{L_2}$, где δ_{L_2} — расстройка второго поля, сканируется в широком диапазоне частот. На рис. 16а нанесены точки с, d, е и f, соответствующие скоростным группам частиц, для которых допплеровский сдвиг компенсирует расстройку δ_{L_2} частоты



Рис. 16: Наблюдение резонансов КПН на фоне допплеровски уширенной линии. а) точки а и b соответствуют частицам, которые имеют определенную проекцию скорости по направлению светового луча, такую, чтобы допплеровский сдвиг скомпенсировал расстройку частоты поля ω_{L1} относительно частоты квантовых переходов $|1\rangle - |7\rangle$ и $|1\rangle - |5\rangle$; точки с, d, е и f, соответствуют скоростным группам частиц, для которых допплеровский сдвиг компенсирует расстройку δ_{L_2} частоты ω_{L2} относительно частот квантовых переходов $|3\rangle - |7\rangle$, $|2\rangle - |6\rangle$, $|4\rangle - |6\rangle$, $|3\rangle - |5\rangle$, соответственно; графическая иллюстрация получения пиков поглощения (б) и резонансов КПН (в) на фоне допплеровски уширенной линии.

 ω_{L2} относительно частот квантовых переходов $|3\rangle - |7\rangle$, $|2\rangle - |6\rangle$, $|4\rangle - |6\rangle$, $|3\rangle - |5\rangle$, соответственно. Поглощение волны ω_{L2} будет наблюдаться на четырех частотах: $\omega_{23} \pm \Delta''$ (переход $|3\rangle - |7\rangle$ и $|3\rangle - |5\rangle$) и $\omega_{23} \pm \Delta'$ (переход $|2\rangle - |6\rangle$ и $|4\rangle - |6\rangle$), т.е. выражения для соответствующих скоростных групп имеют вид:

$$\begin{split} \omega_{L2} &= \frac{\omega_{23} + \Delta''}{1 - \frac{v_{x3}}{c}} \longrightarrow \left(1 - \frac{v_{x3}}{c}\right) = \frac{\omega_{23} + \Delta''}{\omega_{L2}} \qquad (\text{точка } c), \\ \omega_{L2} &= \frac{\omega_{23} + \Delta'}{1 - \frac{v_{x4}}{c}} \longrightarrow \left(1 - \frac{v_{x4}}{c}\right) = \frac{\omega_{23} + \Delta'}{\omega_{L2}} \qquad (\text{точка } d), \\ \omega_{L2} &= \frac{\omega_{23} - \Delta'}{1 - \frac{v_{x5}}{c}} \longrightarrow \left(1 - \frac{v_{x5}}{c}\right) = \frac{\omega_{23} - \Delta'}{\omega_{L2}} \qquad (\text{точка } e), \\ \omega_{L2} &= \frac{\omega_{23} - \Delta''}{1 - \frac{v_{x6}}{c}} \longrightarrow \left(1 - \frac{v_{x6}}{c}\right) = \frac{\omega_{23} - \Delta''}{\omega_{L2}} \qquad (\text{точка } f). \end{split}$$

В случае, когда расстройка $\delta_{L_2} > \omega_{23} + \Delta''$ все эти точки находятся слева относительно точки b. В каждой из этих скоростных групп (a—f) атомы возбуждаются излучением ω_{L_2} или ω_{L_1} . Равновесное распределение населенностей нарушается. При уменьшении расстройки δ_{L_2} точки c, d, e и f на графике (рис. 16а) движутся вправо. При совпадении точек c и b атомы, находящиеся в этой скоростной группе одновременно взаимодействуют с обоими полями. Возбуждаются два перехода, которые не образуют Λ -систему, однако из-за наличия неравновесного распределения частиц по уровням и избытка населенности на уровне $|3\rangle$ возрастает поглощение второй волны, что соответствует пику поглощения (рис. 16b). Получим частоту на которой наблюдается этот пик поглощения из условия совпадения скоростных групп v_{x2} (точка b) и v_{x3} (точка c), т.е. из условия

$$\frac{\omega_{13} - \Delta''}{\omega_{L1}} = \frac{\omega_{23} + \Delta''}{\omega_{L2}}.$$

Из этого выражения легко получить, что частота на которой наблюдается первый пик поглощения $\omega_{L2} = \omega_{23} + 2\Delta'' + \delta_{L_1}$. При дальнейшем уменьшении δ_{L_2} наблюдаются пики поглощения при совпадении скоростных групп v_{x2} и v_{x4} (точки b и d), а также v_{x2} и v_{x5} (точки b и e), на частотах $\omega_{L2} = \omega_{23} + \Delta'' + \Delta' + \delta_{L_1}$ и $\omega_{L2} = \omega_{23} + \Delta' + \delta_{L_1}$, соответственно. При дальнейшем снижении δ_{L_2} точка с совпадает с точкой а, что соответствует одновременному возбуждению переходов $|1\rangle - |7\rangle$ и $|3\rangle - |7\rangle$, т.е. резонансу КПН в Λ -системе, образованной уровнями $|1\rangle$, $|3\rangle$ и $|7\rangle$. Рассчитаем, на какой частоте будет наблюдаться пик резонанса КПН. Из условия совпадения скоростных групп v_{x1} и v_{x3} :

$$\left(1-\frac{v_{x1}}{c}\right) = \frac{\omega_{13} + \Delta''}{\omega_{L1}}, \qquad \left(1-\frac{v_{x3}}{c}\right) = \frac{\omega_{23} + \Delta''}{\omega_{L2}},$$

следует, что первый резонанс КПН будет наблюдаться на частоте $\omega_{L2} = \omega_{23} + \delta_{L_1} + \omega_{12}\Delta''/\omega_{13}$ Второй резонанс КПН возникает при совпадении скоростных групп v_{x6} (точка **f**) и v_{x2} (точка **b**). Аналогично получаем частоту $\omega_{L2} = \omega_{23} + \delta_{L_1} - \omega_{12}\Delta''/\omega_{13}$ на которой наблюдается второй резонанс КПН. При этом расстояние между двумя резонансами КПН равняется $\omega_{L2}{}^{ac} - \omega_{L2}{}^{bf} = 2\Delta'\omega_{12}/\omega_{13}$.

Дальнейшее уменьшение расстройки δ_{L_2} приводит к появлению пиков поглощения в левой части графика (рис. 16с). Следует особо заметить, что наличие лазерной расстройки второго поля, не равной нулю приводит к тому, что распределение пиков и резонансов симметрично относительно частоты

$$\omega_{L2} = \omega_{23} + \delta_{L_1}.\tag{26}$$

Таким образом, на допплеровски уширенном контуре, в отличие от спектра покоящегося атома, мы наблюдаем симметричную картину (6 пиков поглощения и два резонанса КПН) относительно частоты (26).

А.2 Случай поперечного магнитного поля

Рассуждения аналогичны случаю продольного магнитного поля. Поглощение волны ω_{L1} будет наблюдаться на частоте ω_{13} (переход $|1\rangle - |6\rangle$). Вторая частота $\omega_{L2} = \omega_{23} + \delta_{L_2}$, где δ_{L_2} расстройка второго поля, сканируется в широком диапазоне частот. Поглощение волны ω_{L2} будет наблюдаться на двух частотах: $\omega_{23} \pm \Delta'$ (переход $|2\rangle - |6\rangle$ и $|4\rangle - |6\rangle$). Одновременное возбуждение переходов $|1\rangle - |6\rangle$ и $|2\rangle - |6\rangle$, а также $|1\rangle - |6\rangle$ и $|4\rangle - |6\rangle$, соответствуют резонансам КПН в Λ -системах, образованных уровнями $|1\rangle$, $|6\rangle$, $|2\rangle$ и $|1\rangle$, $|6\rangle$, $|4\rangle$, соответственно. Таким образом, наблюдаются два резонанса КПН на частотах $\omega_{L2} = \omega_{23} \pm \Delta'$. Расстояние между резонансами равно удвоенной величине зеемановского расщепления нижнего уровня $\Delta \omega_{\perp} =$ $2\Delta'$. Отметим, что отношение величины расщепления резонансов КПН для атома самария в поперечном и продольном магнитных полях составляет

$$\frac{\Delta\omega_{\perp}}{\Delta\omega_{\parallel}} = \frac{2\Delta'_{\perp}}{2\Delta'_{\parallel}\omega_{12}/\omega_{13}} = 25\frac{H_{\perp}}{H_{\parallel}}.$$

Список литературы

[1] E. Arimondo, In: Progress in Optics, 35, E. Wolf, Ed. (Elsevier, Amsterdam), 257, 1996.

- [2] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, G. Orriols, Nuovo Cimento. B 36, 5, 1976.
- [3] H. R. Gray, R. M. Whitly, and C. R. Stroud (Jr), Opt. Lett. 3, 218, 1978.
- [4] G. Alzetta, L. Moi, G. Orriols, Nuovo Cimento. B. 52, 209 (1979); Opt. Commun. 42, 335, 1982.
- [5] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Cohen-Tannoudji, Phys. Rev. Lett. 61, 826, 1996.
- [6] A. Kasapi, Phys. Rev. Lett. 77, 3908, 1997.
- [7] R. Wynands, A. Nagel, Appl. Phys. B 68, 1, 1999.
- [8] R. Holtzwarth, Th. Udem, and T. W. Haensh, Phys. Rev. Lett. 85, 2264, 2000.
- [9] Н. Н. Колачевский, А. В. Акимов, Н. А. Киселев, А. А. Папченко, В. Н. Сорокин, С. И. Канорский, Квант. Электрон., 31(1), 61, 2001.
- [10] B. A. Grishanin, V. N. Zadkov, and D. Meschede, Phys. Rev. A 58, 4235, 1998.
- [11] R. Wynands, A. Nagel, Appl.Phys. B 68, 1 25, 1999.
- [12] W. Happer, Rev. Mod. Phys. 44, 169, 1972.
- [13] R. M. Herman. Rare-gas-induced g_J shifts in the ground states of alkali atoms, Phys. Rev. **175**, 10-11, 1968.
- [14] B. A. Grishanin, V. N. Zadkov, R. Wynands, D. Meschede. Markov analysis of a Λ system.
- [15] C. W. White, W. M. Hughes, G. S. Hayne, H. G. Robinson. Determination of g-factor for free ¹³³Cs and ⁸⁷Rb atoms, Phys. Rev. A 7, 1178-1182, 1973.
- [16] C. Cohen-Tannuudji, J. Dupont-Roc, S. Haroche, F. Laloe. Detection of the static magnetic field produced bu the oriented nuclei of optically pumped ³He gas, Phys. Rev. Lett 22, 758-760, 1969.
- [17] Б.А. Гришанин, *Квантовые случайные процессы*, http://comsim1.phys.msu.su/index.html.
- [18] Л. А. Вайнштейн, И. И. Собельман, Е. А. Юдин, Возбуждение атомов и уширение спектральных линий, М.:Наука, 1978.

- [19] I. V. Bargatin, B. A. Grishanin, and V. N. Zadkov, Proc. SPIE **3736**, 246, 1998.
- [20] E. Kuznetsova, O. Kocharovskaya, and M. O. Scully, Proc. SPIE 4750, 117, 2002.
- [21] Н. Н. Колачевский, А. В. Акимов, Н. А. Киселев, А. А. Папченко, В. Н. Сорокин, С. И. Канорский, Опт. и Спектр., 90(2), 164, 2001.
- [22] A.V. Akimov, N.N. Kolachevsky, V.N. Sorokin, and S.I. Kanorsky, "Λ resonance in the presence of velocity changing collisions", IQEC-2002 Technical Digest, QSuO7, 2002.
- [23] P. F. Liao, J. E. Bjorkholm, and P. R. Berman, Phys. Rev. A, 21(6), 1927, 1980.
- [24] В.С. Летохов, В.П. Чеботаев. Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения. М.:Наука, 1990.
- [25] E. Arimondo, G. Orriols, Nuovo Cimento Lett. 1976, 17, 333. G. Orriols, Nuovo Cimento.
 B. 1979, 53, 1.
- [26] Агапьев Б.Д., Горный М.Б., и др.,// УФН 1993,т.163,1.
- [27] И. И. Собельман. Введение в теорию атомных спектров.-М.:Наука, 1977.
- [28] A. Nagel, R. Wynands, D. Meschede, B. A. Grishanin, V. N. Zadkov, Light shift of coherent populatoin trapping resonances, in: EQEC'98, Ntchn Digest, p.TQhC2, Slasgow, Scotland, UK, 1998.
- [29] P. L. Kelley, P. J. Harsman, O. Blum, T. K. Gustafson. Radiative renormalization analysis of optical double resonance, J. Opt. Soc. Am. B 11, 2298 – 2302, 1994.
- [30] Th. Udem, A. Huber, B. Gross, J. Reichert, M. Prevedelli, M. Weitz, T. W. Hansch. Phasecoherent measurement of the hudrogen 1S-2S transition frequency with an optical frequency interval divider chain, Phys. Rev. Lett. 79, 2646 – 2649, 1997.